12113

MATEMATİK ÇKS

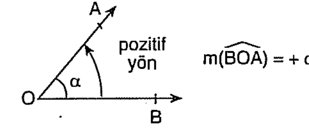
TRİGONOMETRİ

MKA

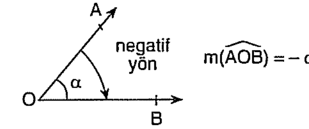
YÖNLÜ AÇI

Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine açı denir.

Açı, kenarlarının yazılış sırasına göre iki farklı şekilde ifade edilebilir.



$m(\widehat{BOA}) = +\alpha$



$m(\widehat{AOB}) = -\alpha$

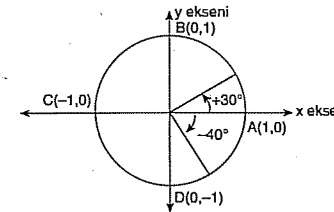
Saat yönünün tersi yönündeki açılar pozitif yönlü, saat yönündeki açılar ise negatif yönlüdür.

BİRİM ÇEMBER

Analitik düzlemde, merkezi başlangıç noktası ve yarıçap uzunluğu 1 br olan çembere "Birim Çember" denir.

Merkezi (0,0), yarıçapı 1 birim olan çemberin denklemi : $x^2 + y^2 = 1$ dir.

Buna göre; çemberin üzerindeki noktalar kümesi $\{(x,y) \mid x^2 + y^2 = 1,\ x, y \in R\}$ şeklinde gösterilir.



AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

DERECE

Bir tam çember yayının $\frac{1}{360}$ ını gören merkez açının ölçüsüne 1 derece denir ve 1° ile gösterilir.

1 derecenin $\frac{1}{60}$ ına 1 dakika denir ve 1′ ile gösterilir.

$1° = 60′$ dır.

1 dakikanın $\frac{1}{60}$ ına 1 saniye denir ve 1″ ile gösterilir.

$1′ = 60″$ dir.

Buna göre, $1° = 60′ = 3600″$ dir.

GRAD

Bir tam çember yayının $\frac{1}{400}$ ünü gören merkez açının ölçüsüne 1 grad denir ve 1^G ile gösterilir.

RADYAN

Bir çemberde, yarıçap uzunluğundaki bir yayı gören merkez açının ölçüsüne 1 radyan denir.

AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİNİN BİRBİRİNE DÖNÜŞTÜRÜLMESİ

Bir çember yayının ölçüsü 360 derece, 400 grad veya 2π radyandır. Derece D ile, Radyan R ile Grad ise G ile gösterilir.

$\frac{D}{360} = \frac{R}{2\pi} = \frac{G}{400}$ dür. Sadeleştirme yapılırsa;

$$\boxed{\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} = \frac{G}{200}}$$ olur.

Açı ölçülerinin dönüşümleri yukarıdaki bağıntıya göre yapılır.

ÖRNEK SORU 1

45° 54′ 13″ lik açı kaç saniyedir?

A) 165253″ B) 165255″ C) 165257″ D) 165312″ E) 165351″

Çözüm

Verilen açıyı saniyeye çevirmek için derece değerini 3600 ile, dakika değerini ise 60 ile çarpmak gerekir.

45° 54′ 13″ = (45 . 3600 + 54 . 60 + 13)″
= (162000 + 3240 + 13)″
= 165253″ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 2

138413″ lik açı kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

A) 38° 13′ 41″ B) 38° 21′ 43″ C) 38° 26′ 53″ D) 38° 41′ 53″ E) 38° 42′ 50″

Çözüm

A saniyelik bir açının derece ve dakika şeklinde yazılabilmesi için art arda iki defa 60 a bölünmesi gerekir.

```
  A     | 60
 -      |------
 saniye |      | 60
         -     |-----
         dakika  derece
```

```
 138413" | 60
-138360" |--------
   53"   | 2306' | 60
         |-2280' |----
  saniye |  26'  | 38°
            dakika  derece
```

138413″ = 38° 26′ 53″ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 3

ABC üçgeninde, $m(\widehat{A}) = 48° 51' 44''$ ve $m(\widehat{B}) = 75° 43' 54''$ dir.

Buna göre, C açısının ölçüsü nedir?

A) 55° 12′ 41″ B) 55° 24′ 22″ C) 55° 25′ 13″ D) 55° 26′ 13″ E) 56° 12′ 15″

Çözüm

A ve B açıları toplanırsa;

$$\begin{array}{rrr} & 48° & 51' & 44'' \\ + & 75° & 43' & 54'' \\ \hline & 123° & 94' & 98'' \end{array}$$ bulunur.

$98'' = 60'' + 38'' = 1' + 38''$ olduğundan

1′ 94′ ya eklenirse,

123° 95′ 38″ olur.

$95' = 60' + 35' = 1° + 35'$ olduğundan

1° 123° ye eklenirse,

124° 35′ 38″ olur.

A ve B açılarının toplamı 180° den çıkarılırsa C açısının değeri bulunur.

$180° = 179° 60' = 179° 59' 60''$ dir.

$$\begin{array}{rrr} & 179° & 59' & 60'' \\ - & 124° & 35' & 38'' \\ \hline & 55° & 24' & 22'' \end{array}$$

$m(\widehat{C}) = 55° 24' 22''$ olur.

Yanıt B

ESAS ÖLÇÜ

Bir açının ölçüsü;

Derece olarak verilmiş ise $\alpha + k.360°$, $k \in Z$,

Radyan olarak verilmiş ise $\alpha + k.2\pi$, $k \in Z$,

Grad olarak verilmiş ise $\alpha + k.400$, $k \in Z$,

şeklinde yazıldığında α değerine, verilen açının esas ölçüsü denir.

Esas ölçü Derece cinsinden ise [0, 360°)

Radyan cinsinden ise [0, 2π)

Grad cinsinden ise [0, 400) arasında değer almalıdır.

ÖRNEK SORU 4

Ölçüsü 954° olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 125 B) 137 C) 224 D) 234 E) 264

Çözüm

954° lik açının içindeki 360° ve katları atılırsa esas ölçü bulunmuş olur. Bunun için 954°, 360° ye bölünür.

$$\begin{array}{r|l} 954° & 360° \\ \underline{-720°} & 2 \\ 234° & \end{array}$$

$954° = \underbrace{234°}_{\text{esas ölçü}} + 2.360°$

954° lik açının anlamı birim çember üzerinde açı iki kez tam dönme yapmış ve 234° lik açıda kalmıştır.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 5

Ölçüsü 2518° olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 148 B) 258 C) 278 D) 328 E) 358

Çözüm

2518° lik açı 360° ye bölünürse,

$$\begin{array}{r|l} 2518° & 360° \\ \underline{-2160°} & 6 \\ 358° & \end{array}$$

$2518° = 358° + 6.\ 360°$

2518° nin esas ölçüsü 358° dir.

Yanıt E

ÖRNEK SORU 6

Ölçüsü −500° olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 160 B) 220 C) 240 D) 280 E) 300

Çözüm

−500° lik açıyı 360° ye bölelim.

$$\begin{array}{r|l} -500° & 360° \\ \underline{-(-720°)} & -2 \\ 220° & \end{array}$$

Bölme işlemine dikkat edildiğinde bölümün −1 olması gerekirken 1 eksiğini (−2) aldık. Böylece kalanın pozitif çıkmasını sağladık. Aksi taktirde kalan negatif olacaktı ki esas ölçü negatif olamaz. Esas ölçü 0° ile 360° arasında değer alır.

− 500° nin esas ölçüsü 220° dir.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 7

Ölçüsü −1537° olan açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 263 B) 273 C) 274 D) 276 E) 283

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} -1537 & 360 \\ \underline{\pm 1800} & -5 \\ +263 & \end{array}$$

$-1537° = -5.360° + 263°$ olduğundan

−1537° nin esas ölçüsü 263° dir.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 8

Ölçüsü $\frac{17\pi}{2}$ radyan olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{5\pi}{4}$

Çözüm

$\frac{17\pi}{2}$ nin içinden 2π ve tam katları ayrılırsa

$$\begin{array}{r|l} 17 & 4 \\ \underline{-16} & 4 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow \quad \frac{17\pi}{2} = \left(\frac{\pi}{2}\right) + 4.2\pi$$

$\frac{17\pi}{2}$ radyanlık açının esas ölçüsü $\frac{\pi}{2}$ dir.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 9

Ölçüsü $\frac{40\pi}{9}$ radyan olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{9}$ D) $\frac{5\pi}{9}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} 40 & 18 \\ \underline{-36} & 2 \\ 4 & \end{array} \Rightarrow \frac{40\pi}{9} = \frac{(4+2.18)\,\pi}{9}$$

$$= \frac{4\pi}{9} + \frac{18.2\pi}{9}$$

$$= \left(\frac{4\pi}{9}\right) + 2.2\pi$$

$\frac{40\pi}{9}$ radyanlık açının esas ölçüsü $\frac{4\pi}{9}$ dur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 10

Ölçüsü $-\frac{45\pi}{7}$ radyan olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{3\pi}{7}$ B) $\frac{5\pi}{7}$ C) $\frac{8\pi}{7}$ D) $\frac{11\pi}{7}$ E) $\frac{13\pi}{7}$

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} -45 & 14 \\ \underline{-(-56)} & -4 \\ 11 & \end{array}$$

$$-\frac{45\pi}{7} = \left(\frac{11 - 4.14}{7}\right)\pi$$

$$= \frac{11\pi}{7} - \frac{4.14\pi}{7} = \frac{11\pi}{7} - 8\pi$$

$$= \left(\frac{11\pi}{7}\right) - 4.(2\pi)$$

$-\frac{45\pi}{7}$ radyanlık açının esas ölçüsü $\frac{11\pi}{7}$ dir.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 11

Ölçüsü $-\frac{113\pi}{9}$ radyan olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{8\pi}{9}$ B) $\frac{10\pi}{9}$ C) $\frac{11\pi}{9}$ D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{13\pi}{9}$

Çözüm

$$\begin{array}{r|l} -113 & 9 \\ \underline{\pm 126} & -14 \\ 13 & \end{array}$$

$$-\frac{113\pi}{9} = -14\pi + \frac{13\pi}{9}$$

$$= -7.\ 2\pi + \frac{13\pi}{9}$$

olduğundan $-\frac{113\pi}{9}$ radyanlık açının esas ölçüsü $\frac{13\pi}{9}$ dur.

Yanıt E

1 Ölçüsü 150 derece olan açı kaç radyan ve kaç graddır?

ÇÖZÜM:

2 Ölçüsü $\frac{\pi}{4}$ radyan olan açının derece ve grad cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

3 Aşağıda verilen açı ölçülerinin radyan cinsinden değerlerini bulunuz.

a) $60°$

b) $315°$

c) $270°$

d) 100^G

e) $\left(\frac{200}{3}\right)^G$

ÇÖZÜM:

4 Aşağıda verilen açı ölçülerinin derece cinsinden değerlerini bulunuz.

a) $\frac{3\pi}{4}$

b) $\frac{7\pi}{6}$

c) $\frac{4\pi}{3}$

d) $\left(\frac{400}{3}\right)^G$

ÇÖZÜM:

5 18625′′ lik açı kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

ÇÖZÜM:

6 $6° 20' 12''$ lik açı kaç saniyedir?

ÇÖZÜM:

7 $m(\widehat{A}) = 54° 25' 36''$

$m(\widehat{B}) = 15° 14' 42''$

olduğuna göre,

a) $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B})$ toplamı kaçtır?

b) $m(\widehat{A}) - 2.m(\widehat{B})$ farkı kaçtır?

ÇÖZÜM:

8 $m(\widehat{A}) = 115° 36' 12''$ olduğuna göre,

$\frac{1}{3}.m(\widehat{A})$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

9 Aşağıda derece cinsinden verilen açıların esas ölçülerini bulunuz.

a) $1510°$

b) $3500°$

c) $-1380°$

d) $-2400°$

ÇÖZÜM:

10 Aşağıda radyan cinsinden verilen açıların esas ölçülerini bulunuz.

a) 13π

b) $\frac{32\pi}{5}$

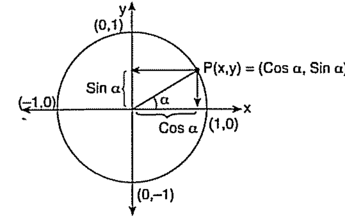
c) $-\frac{45\pi}{7}$

d) $-\frac{126\pi}{5}$

e) 6π

ÇÖZÜM:

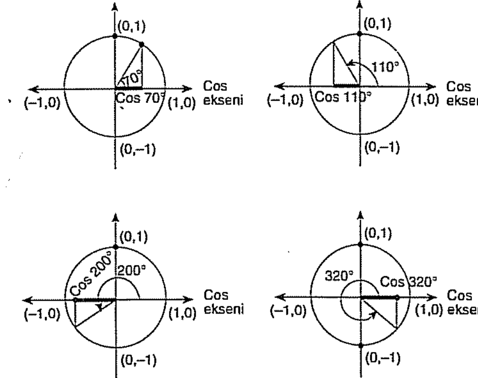
KOSİNÜS VE SİNÜS FONKSİYONLARI



Birim çember üzerinde alınan P noktasının apsisine α açısının kosinüsü denir ve cos α ile gösterilir. Bu noktanın ordinatına α açısının sinüsü denir ve sin α ile gösterilir.

x ekseni kosinüs ekseni, y ekseni de sinüs ekseni olarak adlandırılır.

Grafikte dikkat edilirse kosinüs fonksiyonunun alabileceği değerler −1 ile 1 arasındadır.



Her $\alpha \in R$ için $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$ dir.

Kosinüs fonksiyonu tanımlanırsa,

$\cos : R \rightarrow [-1, 1]$

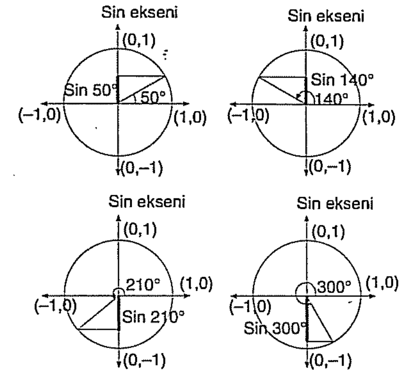
Uyarı:

Kosinüs fonksiyonu hiçbir zaman −1 den daha küçük, +1 den daha büyük bir değer alamaz.

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$, $\cos\alpha = -\frac{1}{15}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$, $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{7}}{10}$

$\cos\alpha \neq -2$, $\cos\alpha \neq \frac{3}{2}$

Aynı işlemler sinüs fonksiyonu için de yapılabilir. Sinüs fonksiyonunun alacağı değerler − 1 ile +1 arasında olacaktır.



Her $\alpha \in R$ için $-1 \leq \sin\alpha \leq 1$ dir.

Sinüs fonksiyonu tanımlanırsa,

$\sin : R \rightarrow [-1, 1]$

ÖRNEK SORU 12

A = 4 − 3.sin5x ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

Çözüm

$\forall x \in R$ için $\sin 5x \in [-1, 1]$ dir.

$-1 \leq \sin 5x \leq 1 \Rightarrow 3 \geq -3.\sin 5x \geq -3$

$-3 \leq -3.\sin 5x \leq 3$

$4 - 3 \leq 4 - 3.\sin 5x \leq 3 + 4$

$1 \leq 4 - 3.\sin 5x \leq 7$

$1 \leq A \leq 7$

O halde A nın alabileceği tam sayı değerleri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 olmak üzere 7 tanedir.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 13

(cosx + 7).(5 − cosx) çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 25 B) 35 C) 36 D) 38 E) 49

Çözüm

$\forall x \in R$ için $\cos x \in [-1, 1]$ olduğundan

(cosx + 7). (5 − cosx) ifadesinde cosx = −1 yazılırsa çarpım en büyük değerini alır.

(cosx + 7).(5 − cosx) = (−1 + 7).(5 − (−1)) = 6.6 = 36 olur.

Not:

cosx + 7 ile 5 − cosx toplamı sabit sayı olduğundan toplamları 12 olan sayıların çarpımının en çok olması için çarpanlar birbirine en yakın olmalıdır. O halde 6.6 = 36 olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 14

$A=\dfrac{5.\sin\alpha+3}{2}$ ve $B=\dfrac{\cos\beta-9}{2}$

olduğuna göre, (A + B) toplamının alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –15 B) –11 C) –8 D) –4 E) 7

Çözüm

$\forall\alpha \in \mathbb{R}$ için $\sin\alpha \in [-1, 1]$ dir.

$-1 \le \sin\alpha \le 1$

$-5 \le 5.\sin\alpha \le 5$

$-5 + 3 \le 5.\sin\alpha + 3 \le 5 + 3$

$-\dfrac{2}{2} \le \dfrac{5.\sin\alpha+3}{2} \le \dfrac{8}{2}$

$-1 \le A \le 4$ bulunur.

$\forall\beta \in \mathbb{R}$ için $\cos\beta \in [-1, 1]$ dir.

$-1 \le \cos\beta \le 1$

$-1 - 9 \le \cos\beta - 9 \le 1 - 9$

$-\dfrac{10}{2} \le \dfrac{\cos\beta-9}{2} \le -\dfrac{8}{2}$

$-5 \le B \le -4$ bulunur.

O halde,

$-1 \le A \le 4$

$+\ -5 \le B \le -4$ eşitsizlikleri taraf tarafa toplanırsa,

$-6 \le A + B \le 0$ olur.

Bu durumda (A + B) toplamının alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı: (–6) + (–5) + (–4) + (–3) + (–2) + (–1) + 0 = –15 olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 15

$\forall$ x, y $\in \mathbb{R}$ olmak üzere,

(cosx + 9).(7 – siny) çarpımının en büyük değeri kaçtır?

A) 63 B) 70 C) 72 D) 80 E) 90

Çözüm

$\forall x \in \mathbb{R}$ için $-1 \le \cos x \le 1$ dir.

$9 - 1 \le \cos x + 9 \le 1 + 9$

$8 \le \cos x + 9 \le 10$ bulunur.

$\forall y \in \mathbb{R}$ için $-1 \le \sin y \le 1$

$1 \ge -\sin y \ge -1$

$1 + 7 \ge 7 - \sin y \ge 7 - 1$

$6 \le 7 - \sin y \le 8$ bulunur.

O halde

$8 \le \cos x + 9 \le 10$

$\times\ 6 \le 7 - \sin y \le 8$ (eşitsizlik çarpımından)

$48 \le (\cos x + 9).(7 - \sin y) \le 80$ arasındadır. O halde alabileceği en büyük tam sayı değeri 80 dir.

Yanıt D

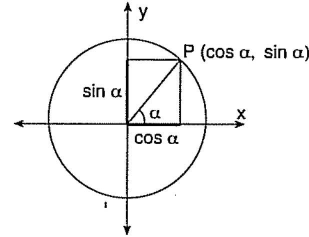
⚠ *Uyarı : Sinüs fonksiyonu hiç bir zaman – 1 den daha küçük, +1 den daha büyük bir değer alamaz.*

$\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{5}$, $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{5}}{10}$

$\sin\alpha \ne 2$, $\sin\alpha \ne -\dfrac{5}{2}$

• $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ olduğunu gösterelim.

Birim çember üzerinde herhangi bir nokta P olsun. P noktasının koordinatları birim çember denkleminde yerine yazılırsa,



Birim çember denklemi, $x^2 + y^2 = 1$

$(\cos\alpha)^2+(\sin\alpha)^2=1$ elde edilir.

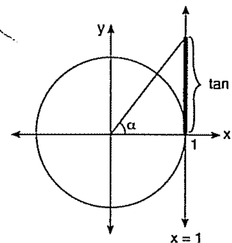
$\boxed{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1}$ olduğundan

$\boxed{\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha}$ veya

$\boxed{\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha}$ dır.

TANJANT VE KOTANJANT FONKSİYONLARI

Analitik düzlemde α açısının x = 1 doğrusunu kestiği noktanın ordinatına α açısının tanjantı denir ve tan α ile gösterilir.



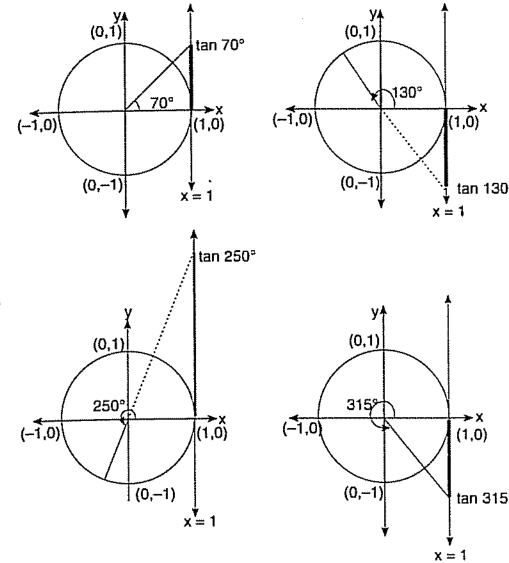
x = 1 doğrusuna tanjant ekseni denir.

y ekseni ile x = 1 doğrusu paralel olduğundan

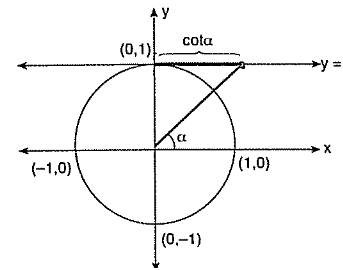
$\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ ve $\alpha = \dfrac{3\pi}{2}$ açıları alındığında x = 1 doğrusu ile kesişmeyeceklerdir.

Bu yüzden $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ ve $\alpha = \dfrac{3\pi}{2}$ açılarının tanjantları tanımsızdır.

$\tan 90° = \tan\dfrac{\pi}{2} \rightarrow$ tanımsız $\tan 270° = \tan\dfrac{3\pi}{2} \rightarrow$ tanımsız



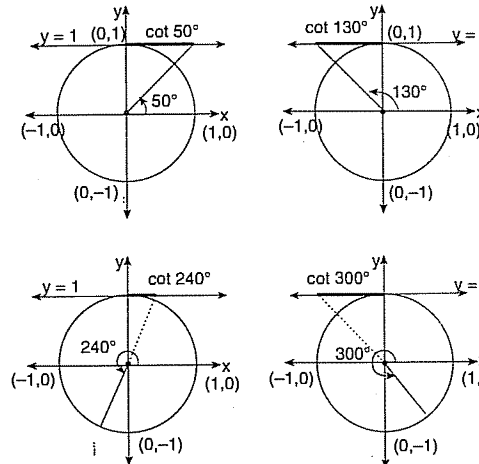
Analitik düzlemde α açısının y = 1 doğrusunu kestiği noktanın apsisine α açısının kotanjantı denir ve cot α ile gösterilir.



y = 1 doğrusuna kotanjant ekseni denir.

x ekseni ile y = 1 doğrusu paralel olduğundan α = 0° ve α = π açılarını aldığımızda y = 1 doğrusu ile kesişmeyeceklerdir. Bu yüzden α = 0° ve α = π açılarının kotanjantları tanımsızdır.

$\cot 0° = \cot 2\pi \longrightarrow$ tanımsız $\cot 180° = \cot\pi \longrightarrow$ tanımsız



TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR ARASINDAKİ BAĞINTILAR

1) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

2) $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $(\cos\alpha \ne 0)$

3) $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $(\sin\alpha \ne 0)$

4) $\tan\alpha . \cot\alpha = 1$

5) $\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha}$; $\sec^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha$

6) $\operatorname{cosec}\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha}$; $\operatorname{cosec}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + \cot^2\alpha$

ÖRNEK SORU 16

$\tan^2\alpha + 1$ ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 – cos α B) $\sec^2\alpha$ C) $\cos^2\alpha$ D) $\operatorname{cosec}^2\alpha$ E) 2

Çözüm

$\tan^2\alpha + 1 = \left(\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)^2 + 1$

$= \dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + 1$

$= \dfrac{\overbrace{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}^{1}}{\cos^2\alpha}$

$= \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

$= \left(\dfrac{1}{\cos\alpha}\right)^2 = \sec^2\alpha$

$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha$ olur.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 17

$\dfrac{\cos^2 x}{1+\sin x}$ ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 – sin x B) 1 + sin x C) cos x + sin x D) tan x E) 1

Çözüm

$\dfrac{\cos^2 x}{1+\sin x} = \dfrac{1-\sin^2 x}{1+\sin x}$

$= \dfrac{(1-\sin x)(1+\sin x)}{(1+\sin x)}$

$= 1 - \sin x$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 18

$\frac{1+\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{1+\sin x}$ ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) tan x B) cot x C) cos x D) 2sec x E) 3sin x

Çözüm

$\underset{(1+\sin x)}{\frac{1+\sin x}{\cos x}}+\underset{(\cos x)}{\frac{\cos x}{1+\sin x}}=\frac{(1+\sin x)^2+(\cos x)^2}{\cos x.(1+\sin x)}$

$=\frac{1+2.\sin x+\overbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}^{1}}{\cos x.(1+\sin x)}$

$=\frac{1+2\sin x+1}{\cos x.(1+\sin x)}$

$=\frac{2+2\sin x}{\cos x(1+\sin x)}$

$=\frac{2(1+\sin x)}{\cos x(1+\sin x)}$

$=\frac{2}{\cos x}=2\sec x$

$\Rightarrow \frac{1+\sin x}{\cos x}+\frac{\cos x}{1+\sin x}=2\sec x$ olur.

Yanıt D

Örnek:

$\frac{\sec x-\cos x}{\mathrm{cosec}\, x-\sin x}=\tan^3 x$ eşitliğinin doğruluğunu ispatlayınız.

Çözüm

Eşitliğin sol tarafı düzenlenip sağ tarafına eşit olup olmadığına bakılırsa;

$\frac{\sec x-\cos x}{\mathrm{cosec}\, x-\sin x}=\frac{\frac{1}{\cos x}-\cos x}{\frac{1}{\sin x}-\sin x}$

$=\frac{\frac{1-\cos^2 x}{\cos x}}{\frac{1-\sin^2 x}{\sin x}}$

$=\frac{\frac{\sin^2 x}{\cos x}}{\frac{\cos^2 x}{\sin x}}=\frac{\sin^2 x}{\cos x}\cdot\frac{\sin x}{\cos^2 x}$

$=\frac{\sin^3 x}{\cos^3 x}=\tan^3 x$ olur.

Örnek:

$\frac{\cos x}{\tan x+\sec x}-\frac{\cos x}{\tan x-\sec x}=2$ eşitliğinin doğru olduğunu ispatlayınız.

Çözüm

Eşitliğin sol tarafı düzenlenip sağ tarafına eşit olup olmadığına bakılırsa;

$\frac{\cos x}{\tan x+\sec x}-\frac{\cos x}{\tan x-\sec x}$

$=\frac{\cos x}{\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{1}{\cos x}}-\frac{\cos x}{\frac{\sin x}{\cos x}-\frac{1}{\cos x}}$

$=\frac{\cos x}{\frac{\sin x+1}{\cos x}}-\frac{\cos x}{\frac{\sin x-1}{\cos x}}=\frac{\cos^2 x}{\sin x+1}-\frac{\cos^2 x}{\sin x-1}$

$=\cos^2x\left(\frac{1}{\sin x+1}-\frac{1}{\sin x-1}\right)=\cos^2x\left(\frac{(\sin x-1)-(\sin x+1)}{(\sin x+1)(\sin x-1)}\right)$

$=\cos^2x\left(\frac{\sin x-1-\sin x-1}{\sin^2x-1}\right)=\cos^2x\left(\frac{-2}{-(1-\sin^2x)}\right)$

$=\cos^2x\left(\frac{2}{\cos^2x}\right)=2$ olur.

Örnek:

$\frac{1}{\cos x+\tan x.\sin x}=\cos x$ eşitliğinin doğruluğunu ispatlayınız.

Çözüm

Eşitliğin sol tarafı düzenlenip sağ tarafına eşit olup olmadığına bakılırsa;

$\frac{1}{\cos x+\tan x.\sin x}=\frac{1}{\cos x+\frac{\sin x}{\cos x}.\sin x}$

$=\frac{1}{\cos x+\frac{\sin^2 x}{\cos x}}=\frac{1}{\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos x}}$

$=\frac{\cos x}{\underbrace{\cos^2 x+\sin^2 x}_{1}}=\cos x$ olur.

Örnek:

$\frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}=\cos^2 x-\sin^2 x$ eşitliğinin doğruluğunu ispatlayınız.

Çözüm

Eşitliğin sol tarafı düzenlenip sağ tarafına eşit olup olmadığına bakılırsa;

$\frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}=\frac{1-\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2}{1+\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2}$

$=\frac{1-\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{1+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}=\frac{\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}}$

$=\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{\cos^2 x}\cdot\frac{\cos^2 x}{\underbrace{\cos^2 x+\sin^2 x}_{1}}$

$=\cos^2 x-\sin^2 x$ olur.

Örnek:

$\cos^3 x.\sin x+\sin x+\sin^3 x.\cos x=\sin x.(\cos x+1)$ eşitliğinin doğruluğunu ispatlayınız.

Çözüm

Eşitliğin sol tarafı düzenlenip sağ tarafına eşit olup olmadığına bakılırsa;

$\cos^3 x.\sin x+\sin x+\sin^3 x.\cos x$

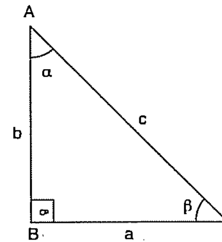
$=\cos^3 x.\sin x+\sin^3 x.\cos x+\sin x$

$=\sin x.\cos x.\underbrace{[\cos^2 x+\sin^2 x]}_{1}+\sin x$

$=\sin x.\cos x+\sin x$

$=\sin x.(\cos x+1)$ olur.

Dar Açıların Trigonometrik Oranları



$\sin x=\frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}\Rightarrow \sin\alpha=\frac{a}{c}\,,\quad \sin\beta=\frac{b}{c}$

$\cos x=\frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}\Rightarrow \cos\alpha=\frac{b}{c}\,,\quad \cos\beta=\frac{a}{c}$

$\tan x=\frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Komşu dik kenar}}\Rightarrow \tan\alpha=\frac{a}{b}\,,\quad \tan\beta=\frac{b}{a}$

$\cot x=\frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Karşı dik kenar}}\Rightarrow \cot\alpha=\frac{b}{a}\,,\quad \cot\beta=\frac{a}{b}$

$\sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}=\frac{1}{\frac{b}{c}}=\frac{c}{b}$

$\sec\beta=\frac{1}{\cos\beta}=\frac{1}{\frac{a}{c}}=\frac{c}{a}$

$\mathrm{cosec}\,\alpha=\frac{1}{\sin\alpha}=\frac{1}{\frac{a}{c}}=\frac{c}{a}$

$\mathrm{cosec}\,\beta=\frac{1}{\sin\beta}=\frac{1}{\frac{b}{c}}=\frac{c}{b}$

⚠ ***Uyarı:*** *Birbirlerini 90° ye tamamlayan iki açıdan birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne; birinin tanjantı diğerinin kotanjantına eşit olur.*

$\alpha+\beta=90°\Rightarrow \sin\alpha=\cos\beta,\ \tan\alpha=\cot\beta$

$\sin 20°=\cos 70°,\ \sin 15°=\cos 75°,\ \cos 40°=\sin 50°$

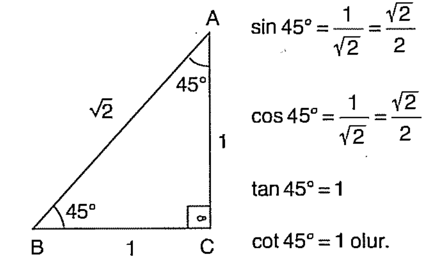
$\tan 10°=\cot 80°,\ \cot 65°=\tan 25°,\ \tan 30°=\cot 60°$

Örnek:

45° nin trigonometrik oranlarını bulunuz.

Çözüm

Dik kenar uzunlukları 1 birim olan ikizkenar dik üçgen çizilirse;



$\sin 45°=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos 45°=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 45°=1$

$\cot 45°=1$ olur.

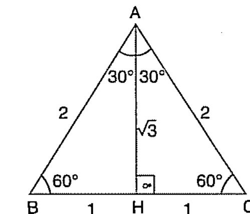
Örnek:

30° ve 60° nin trigonometrik oranlarını bulunuz.

Çözüm

Bu açı ölçülerine sahip dik üçgen çizilip kenar uzunlukları yazılırsa 30° ve 60° nin trigonometrik oranları bulunur.

Bir kenar uzunluğu 2 birim olan eşkenar üçgen çizilirse;



Pisagor bağıntısından

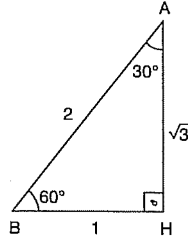
$|AC|^2 = |AH|^2 + |HC|^2$

$2^2 = |AH|^2 + 1^2$

$3 = |AH|^2$

$|AH| = \sqrt{3}$ olur.

ABH üçgeninden yararlanarak 30° ve 60° nin trigonometrik oranları bulunur.



$\sin 30° = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $\cos 60° = \frac{1}{2}$

$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\qquad$ $\tan 60° = \sqrt{3}$

$\cot 30° = \sqrt{3}$ $\qquad$ $\cot 60° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Bazı Önemli Açıların Trigonometrik Oranları

Derece	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Radyan	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	tanımsız	0	tanımsız	0
cot	tanımsız	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	tanımsız	0	tanımsız

ÖRNEK SORU 19

$\sin 270° - \cos 60° - \tan 45°$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\frac{5}{2}$ $\quad$ B) $-\frac{3}{2}$ $\quad$ C) $-\frac{1}{2}$ $\quad$ D) 1 $\quad$ E) 2

Çözüm

Verilen açıların değerleri tablodan bakılarak yazılırsa,

$\sin 270° = -1$

$\cos 60° = \frac{1}{2}$

$\tan 45° = 1$

$\sin 270° - \cos 60° - \tan 45° = -1 - \frac{1}{2} - 1 = -\frac{5}{2}$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 20

$\cos^2\frac{\pi}{4} + \tan\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{3} - \cos\pi$ işleminin sonucu kaçtır?

A) −2 $\quad$ B) −1 $\quad$ C) 1 $\quad$ D) 2 $\quad$ E) 3

Çözüm

$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\pi = -1$

$\cos^2\frac{\pi}{4} + \tan\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{3} - \cos\pi$

$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (-1)$

$= \frac{2}{4} + \frac{3}{6} + 1$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1$

$= 2$

Yanıt D

Örnek:

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $\sin x = \frac{4}{5}$ olduğuna göre, cos x, tan x ve cot x değerlerini bulunuz.

Çözüm

Bir dar açısı x olan bir dik üçgen çizilirse,

$\sin x = \frac{4}{5}$ olduğundan

x açısının karşı kenarı 4 ün katı, hipotenüs uzunluğu ise 5 in katı olur.

Pisagor bağıntısından:

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$(5k)^2 = (4k)^2 + |BC|^2$

$25k^2 = 16k^2 + |BC|^2$

$9k^2 = |BC|^2$

$|BC| = 3k$ olur.

Şimdi istenilen trigonometrik oranlar bulunabilir.

$\cos x = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$, $\tan x = \frac{4k}{3k} = \frac{4}{3}$, $\cot x = \frac{3k}{4k} = \frac{3}{4}$ olur.

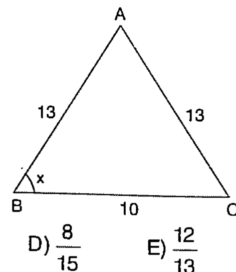
ÖRNEK SORU 21

ABC ikizkenar üçgeninde,

$m(\widehat{ABC}) = x$

$|AB| = |AC| = 13$ br

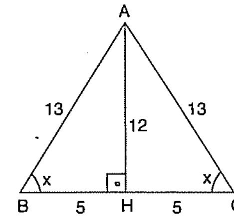
$|BC| = 10$ br olduğuna göre, sin x kaçtır?



A) $\frac{2}{3}$ $\quad$ B) $\frac{3}{7}$ $\quad$ C) $\frac{5}{12}$ $\quad$ D) $\frac{8}{15}$ $\quad$ E) $\frac{12}{13}$

Çözüm

sin x in bulunabilmesi için önce x açısının bir dik üçgenin iç açısı olması gerekir. Bu yüzden A köşesinden tabana dik bir doğru çizilirse, bu doğru tabanı iki eşit parçaya ayırır.



Pisagor bağıntısından:

$|AB|^2 = |AH|^2 + |BH|^2$

$13^2 = |AH|^2 + 5^2$

$|AH|^2 = 144$

$|AH| = 12$

Şimdi istenilen açının sinüsü bulunursa

$\sin x = \frac{12}{13}$ olur.

Yanıt E

ÖRNEK SORU 22

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve

$\frac{5\sin x + 2\cos x}{3\sin x + 7\cos x} = 1$ olduğuna göre, sec x kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ $\quad$ B) $\frac{\sqrt{11}}{5}$ $\quad$ C) $\frac{\sqrt{17}}{5}$ $\quad$ D) $\frac{\sqrt{29}}{2}$ $\quad$ E) $\frac{\sqrt{35}}{7}$

Çözüm

$\frac{5\sin x + 2\cos x}{3\sin x + 7\cos x} = 1$

$\Rightarrow 5\sin x + 2\cos x = 3\sin x + 7\cos x \Rightarrow 2\sin x = 5\cos x$

$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow \tan x = \frac{5}{2}$

Tanjantı $\frac{5}{2}$ olan dik üçgen çizilirse,

Pisagor bağıntısından,

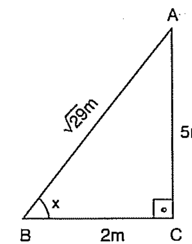
$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$|AB|^2 = (5m)^2 + (2m)^2$

$|AB|^2 = 25m^2 + 4m^2$

$|AB|^2 = 29m^2$

$|AB| = \sqrt{29}m$



$\sec x = \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\frac{2m}{\sqrt{29}m}} = \frac{\sqrt{29}}{2}$ olur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 23

ABCD kare,

$2|AE| = |EB|$ ve $m(\widehat{DCE}) = x$

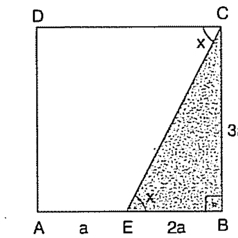
olduğuna göre, tan x kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ $\quad$ B) 1 $\quad$ C) $\frac{3}{2}$ $\quad$ D) $\frac{5}{2}$ $\quad$ E) 3

Çözüm

x açısı bir dik üçgene ait olmadığından bu haliyle x açısının trigonometrik oranlarını bulamayız. x açısı bir dik üçgene taşınırsa,

$m(\widehat{DCE}) = m(\widehat{CEB}) = x$ (iç ters açılar) olur.



$\tan x = \frac{3a}{2a} = \frac{3}{2}$ dir.

ÖRNEK SORU 24

ABC üçgeninde,

$[AC] \perp [BD]$

$|AB| = |AC| = 15$ br

$|BC| = 18$ br

$m(\widehat{DBC}) = x$

olduğuna göre, tan x kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ $\quad$ B) $\frac{3}{4}$ $\quad$ C) $\frac{3}{5}$ $\quad$ D) $\frac{4}{5}$ $\quad$ E) $\frac{5}{6}$

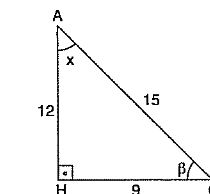
Çözüm

ABC ikizkenar üçgen olduğuna göre, tepe noktasından [BC] kenarına dikme inilirse

$m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{CAH}) = x$ olur.

AHC dik üçgeninde, Pisagor bağıntısından

$\left.\begin{array}{l}|AC| = 15 \text{ br} \\ |CH| = 9 \text{ br}\end{array}\right\} \Rightarrow |AH| = 12$ br bulunur.



$\tan x = \frac{9}{12} \Rightarrow \tan x = \frac{3}{4}$ olur.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 25

ABCD kare,

[EF] ⊥ [BE]

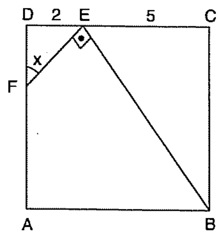
|DE| = 2 br

|EC| = 5 br

$m(\widehat{DFE}) = x$

olduğuna göre,

cot x kaçtır?



A) $\frac{5}{7}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{2}{7}$

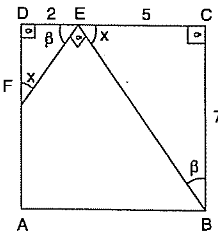
Çözüm

$\overset{\Delta}{FDE} \sim \overset{\Delta}{ECB}$ dir. O halde,

$m(\widehat{DFE}) = m(\widehat{CEB}) = x$ dir.

ECB üçgeninde x açısının kotanjantı bulunursa,

$\cot x = \frac{5}{7}$ olur.



Yanıt A

ÖRNEK SORU 26

ABC üçgeninde, |AB| = |AC|, $m(\widehat{ABC}) = x$ ve $\tan x = \frac{8}{15}$

olduğuna göre, sin x kaçtır?

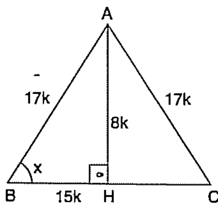
A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{12}{13}$ E) $\frac{8}{17}$

Çözüm

tan x in değerinin yazılabilmesi için dik üçgene ihtiyaç vardır. [AH] dikmesi çizilirse

$\tan x = \frac{8}{15}$ olduğuna göre,

üçgenin kenarları bulunur.



$|AB|^2 = |AH|^2 + |BH|^2$

$|AB|^2 = (8k)^2 + (15k)^2$

$|AB|^2 = 64k^2 + 225k^2$

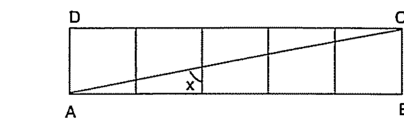
$|AB|^2 = 289k^2$

$|AB| = 17k$

$\sin x = \frac{8k}{17k} = \frac{8}{17}$ olur.

Yanıt E

ÖRNEK SORU 27

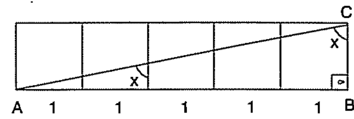


Şekilde bir kenar uzunluğu 1 birim olan 5 tane eş kare yan yana çizilmiştir. Buna göre, cos x kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{11}}{5}$ B) $\frac{\sqrt{13}}{13}$ C) $\frac{\sqrt{26}}{26}$ D) $\frac{\sqrt{31}}{31}$ E) $\frac{\sqrt{29}}{29}$

Çözüm

Karelerin kenarları birbirlerine paralel olduğundan x açısı taşınılabilir.



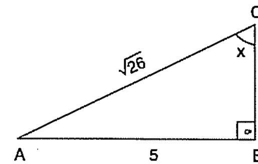
ABC dik üçgeninden

$|AC|^2 = |BC|^2 + |AB|^2$

$|AC|^2 = 1^2 + 5^2$

$= 1 + 25$

$|AC|^2 = 26$



$|AC| = \sqrt{26}$ bulunur.

$\cos x = \frac{1}{\sqrt{26}} = \frac{\sqrt{26}}{26}$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 28

ABC dik üçgeninde,

[AC] ⊥ [BC]

|BD| = |DC|

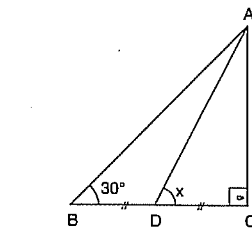
$|BC| = 2\sqrt{3}$ br

$m(\widehat{ABC}) = 30°$

$m(\widehat{ADC}) = x$

olduğuna göre,

sin x kaçtır?



A) $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{\sqrt{7}}{7}$

Çözüm

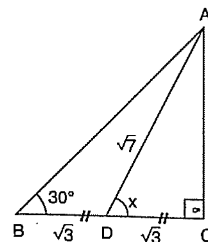
ABC üçgeninde

$\tan 30° = \frac{|AC|}{|BC|}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{|AC|}{2\sqrt{3}}$

|AC| = 2 birimdir.

ADC üçgeninde pisagor bağıntısından



$|AC|^2 + |DC|^2 = |AD|^2$

$2^2 + (\sqrt{3})^2 = |AD|^2$

$|AD| = \sqrt{7}$ br olur.

$\sin x = \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 29

ABCD dik yamuk,

[AD] ⊥ [DC]

[AB] // [DC]

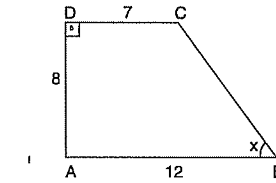
|AB| = 12 br

|AD| = 8 br

|DC| = 7 br

$m(\widehat{ABC}) = x$

olduğuna göre, tan x kaçtır?



A) $\frac{8}{5}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

Çözüm

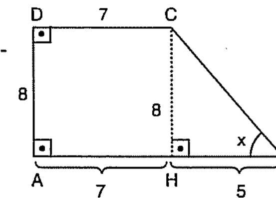
tan x değerinin yazılabilmesi için x açısı bir dik üçgenin açısı olmalıdır.

[CH] ⊥ [AB] çizilirse,

|CH| = |DA| = 8 br olur.

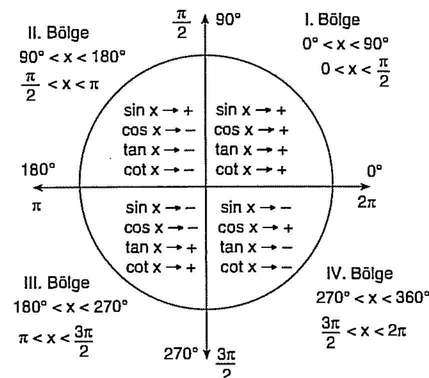
|CD| = |AH| = 7 br olur.

$\tan x = \frac{8}{5}$ olur.



Yanıt A

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İŞARETLERİ



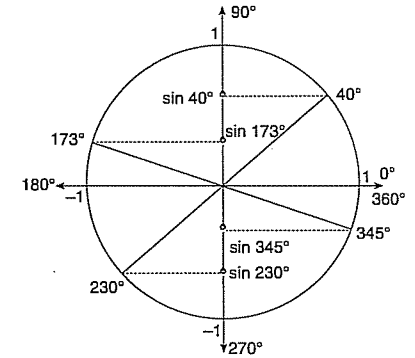
Birim çemberin herhangi bir bölgesindeki açının kosinüs ve sinüsünün işareti, o bölgedeki bir noktanın sırasıyla apsis ve ordinatı ile aynı işaretlidir.

ÖRNEK SORU 30

sin 230°, sin 173°, sin 345°, sin 40° değerlerinin işaretleri sırası ile aşağıdakilerden hangisidir?

A) –, +, –, + B) –, +, +, – C) +, –, –, + D) +, –, +, – E) +, +, –, –

Çözüm



230° lık açı III. bölgede olduğundan sinüsü negatiftir.

173° lik açı II. bölgede olduğundan sinüsü pozitiftir.

345° lik açı IV. bölgede olduğundan sinüsü negatiftir.

40° lik açı I. bölgede olduğundan sinüsü pozitiftir.

sin 230° → – sin 173° → +

sin 345° → – sin 40° → +

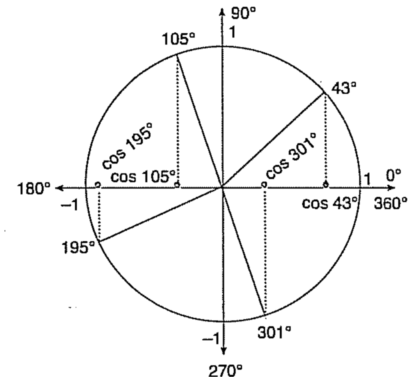
Yanıt A

ÖRNEK SORU 31

cos 105°, cos 43°, cos 195°, cos 301° değerlerinin işaretleri sırası ile aşağıdakilerden hangisidir?

A) –, +, –, + B) –, +, +, – C) +, –, –, + D) +, –, +, – E) +, +, –, –

Çözüm



105° lik açı II. bölgede olduğundan kosinüsü negatiftir.

43° lik açı I. bölgede olduğundan kosinüsü pozitiftir.

195° lik açı III. bölgede olduğundan kosinüsü negatiftir.

301° lik açı IV. bölgede olduğundan kosinüsü pozitiftir.

cos105° → – , cos 43° → + , cos195° → – , cos 301° → +

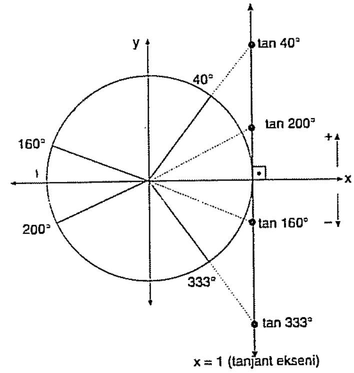
Yanıt A

ÖRNEK SORU 32

tan 333°, tan 200°, tan 160°, tan 40° değerlerinin işaretleri sırası ile aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, +, – B) –, –, +, – C) –, +, +, –
D) –, +, –, + E) +, +, –, +

Çözüm



333° lik açının tanjant eksenine değdiği nokta, x ekseninin altında kaldığından tan 333° nin işareti negatiftir.

200° lik açının tanjant eksenine değdiği nokta, x ekseninin üzerinde kaldığından tan 200° nin işareti pozitiftir.

160° lik açının tanjant eksenine değdiği nokta, x ekseninin altında kaldığından tan 160° nin işareti negatiftir.

40° lik açının tanjant eksenine değdiği nokta, x ekseninin üzerinde kaldığından tan 40° nin işareti pozitiftir.

tan 333° → –, tan 200° → +, tan 160° → –, tan 40° → +

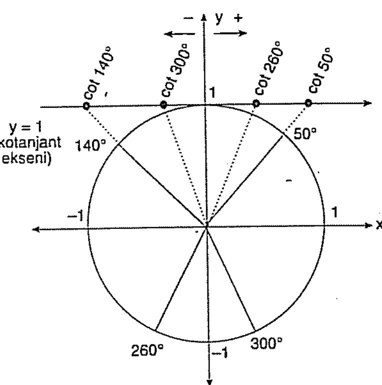
Yanıt D

ÖRNEK SORU 33

cot 50°, cot 140°, cot 260°, cot 300° değerlerinin işaretleri sırası ile aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, –, + B) +, –, +, – C) –, –, +, –
D) +, +, –, – E) –, +, –, –

Çözüm



50° lik açının kotanjant eksenine değdiği nokta, y ekseninin sağ tarafında kaldığından cot 50° nin işareti pozitiftir.

140° lik açının kotanjant eksenine değdiği nokta, y ekseninin sol tarafında kaldığından cot 140° nin işareti negatiftir.

260° lik açının kotanjant eksenine değdiği nokta, y ekseninin sağ tarafında kaldığından cot 260° nin işareti pozitiftir.

300° lik açının kotanjant eksenine değdiği nokta, y ekseninin sol tarafında kaldığından cot 300° nin işareti negatiftir.

cot 50° → +, cot 140° → –, cot 260° → +, cot 300° → –

Yanıt B

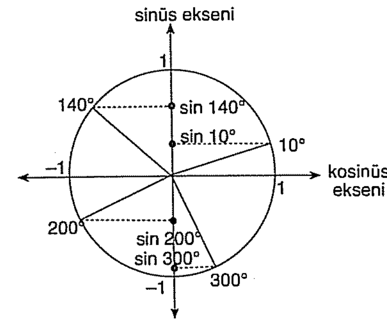
ÖRNEK SORU 34

a = sin 10°, b = sin 140°, c = sin 200°, d = sin 300° değerlerinin küçükten büyüğe doğru sıralanışı nedir?

A) a < b < c < d B) b < d < c < a C) d < c < a < b
D) d < b < c < a E) b < a < c < d

Çözüm

10°, 140°, 200° ve 300° lik açılar birim çember üzerinde gösterilirse,



Açıların sinüs eksenine karşılık gelen noktaları işaretledikten sonra aşağıdan yukarıya doğru yazılırsa,

sin 300° < sin 200° < sin 10° < sin 140° ⇒ d < c < a < b

Yanıt C

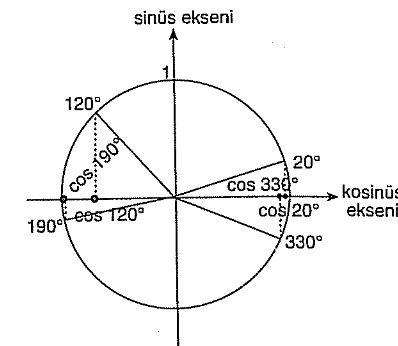
ÖRNEK SORU 35

a = cos 20°, b = cos 120°, c = cos 190°, d = cos 330° değerlerinin küçükten büyüğe doğru sıralanışı nedir?

A) b < c < d < a B) a < d < c < b C) b < d < c < a
D) c < b < d < a E) b < d < a < c

Çözüm

20°, 120°, 190° ve 330° lik açılar birim çemberde gösterilirse,



Açıların kosinüs eksenine karşılık gelen noktalarını işaretledikten sonra soldan sağa doğru yazılırsa,

cos 190° < cos 120° < cos 330° < cos 20°

⇒ c < b < d < a olur.

Yanıt D

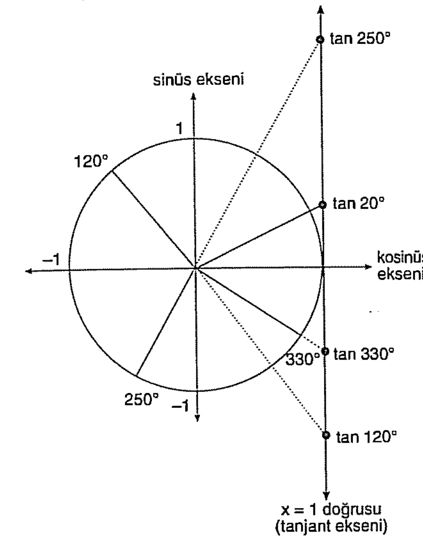
ÖRNEK SORU 36

a = tan 120°, b = tan 20°, c = tan 250°, d = tan 330° değerlerinin küçükten büyüğe doğru sıralanışı nedir?

A) a < b < c < d B) b < a < c < d C) a < d < b < c
D) b < c < a < d E) d < b < a < c

Çözüm

120°, 20°, 250°, 330° lik açılar tanjant ekseninde gösterilirse,



Açıların tanjant eksenine karşılık gelen noktaları işaretledikten sonra aşağıdan yukarıya doğru yazılırsa,

tan 120° < tan 330° < tan 20° < tan 250°

⇒ a < d < b < c olur.

Yanıt C

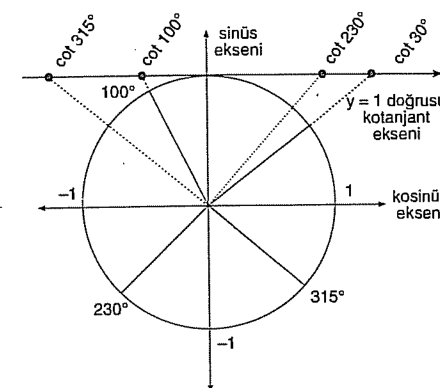
ÖRNEK SORU 37

a = cot 30°, b = cot 100°, c = cot 230°, d = cot 315° değerlerinin küçükten büyüğe doğru sıralanışı nedir?

A) a < c < b < d B) a < b < c < d C) c < b < a < d
D) d < a < c < b E) d < b < c < a

Çözüm

30°, 100°, 230° ve 315° lik açılar kotanjant ekseninde gösterilirse



Açıların kotanjant eksenine karşılık gelen noktalarını işaretledikten sonra soldan sağa doğru yazılırsa,

cot 315° < cot 100° < cot 230° < cot 30°

⇒ d < b < c < a olur.

Yanıt E

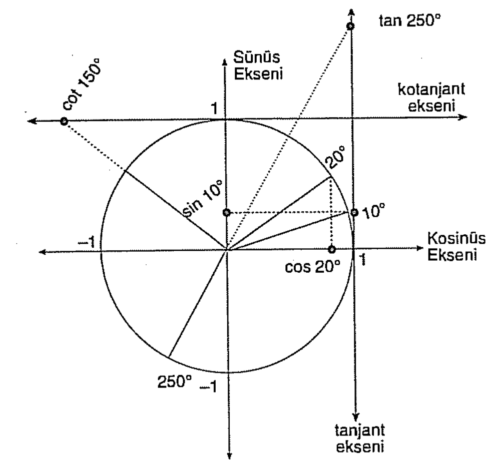
ÖRNEK SORU 38

a = sin 10°, b = cos 20°, c = tan 250°, d = cot 150° değerlerinin küçükten büyüğe doğru sıralanışı nedir?

A) a < b < c < d B) d < b < c < a C) d < a < b < c
D) c < a < b < d E) c < d < a < b

Çözüm

Verilen açıların trigonometrik değerleri uygun eksenlerde gösterilirse,



cot 150° < sin 10° < cos 20° < tan 250° bulunur.

⇒ d < a < b < c olur.

Yanıt C

TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$

$\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cot x$

$\cot\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\tan x$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\sin x$

$\tan\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\cot x$

$\cot\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\tan x$

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=-\cos x$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=-\sin x$

$\tan\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=\cot x$

$\cot\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=\tan x$

$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)=-\cos x$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)=\sin x$

$\tan\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)=-\cot x$

$\cot\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)=-\tan x$

ÖRNEK SORU 39

cos 150° nin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Çözüm

150° yi 90° + 60° şeklinde yazarsak,

$\cos(150°) = \cos(90° + 60°) = -\sin 60° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ olur.

Yanıt A

Pratik Yol:

$\left.\begin{matrix}\frac{\pi}{2} \mp x \\ \frac{3\pi}{2} \mp x\end{matrix}\right\}$ 1) İlk açının bulunduğu bölge için verilen trigonometrik fonksiyonun işareti yazılır.
2) Trigonometrik fonksiyonun adı değişir ve açı, dar açı şeklinde yazılır.

Örnek:

Aşağıdaki değerleri dar açı şeklinde yazınız.

a) cos 100° **b)** cos 130° **c)** tan 165°
d) cot 200° **e)** sin 215° **f)** cos 250°
g) cot 305° **h)** sin 330° **ı)** tan 350°

Çözüm

a) cos 100° = cos (90° + 10°) = – sin 10°

b) cos 130° = cos (90° + 40°) = – sin 40°

c) tan 165° = tan (90° + 75°) = – cot 75°

d) cot 200° = cot (270° – 70°) = tan 70°

e) sin 215° = sin (270° – 55°) = – cos 55°

f) cos 250° = cos (270° – 20°) = – sin 20°

g) cot 305° = cot (270° + 35°) = – tan 35°

h) sin 330° = sin (270° + 60°) = – cos 60°

ı) tan 350° = tan (270° + 80°) = – cot 80°

$\sin(\pi - x) = \sin x$
$\cos(\pi - x) = -\cos x$
$\tan(\pi - x) = -\tan x$
$\cot(\pi - x) = -\cot x$

$\sin(\pi + x) = -\sin x$
$\cos(\pi + x) = -\cos x$
$\tan(\pi + x) = \tan x$
$\cot(\pi + x) = \cot x$

$\sin(2\pi - x) = -\sin x$
$\cos(2\pi - x) = \cos x$
$\tan(2\pi - x) = -\tan x$
$\cot(2\pi - x) = -\cot x$

$\sin(2\pi + x) = \sin x$
$\cos(2\pi + x) = \cos x$
$\tan(2\pi + x) = \tan x$
$\cot(2\pi + x) = \cot x$

$\sin(-x) = -\sin x$
$\cos(-x) = \cos x$
$\tan(-x) = -\tan x$
$\cot(-x) = -\cot x$

ÖRNEK SORU 40

tan 240° nin değeri kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) –1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\sqrt{3}$

Çözüm

$\tan 240° = \tan(180° + 60°) = \tan 60° = \sqrt{3}$ olur.

Yanıt E

Pratik yol:

$\left.\begin{matrix}\pi \mp x \\ 2\pi \mp x\end{matrix}\right\}$ 1) İlk açının bulunduğu bölge için verilen trigonometrik fonksiyonun işareti yazılır.
2) Trigonometrik fonksiyonunun adı değiştirilmeden yazılır.

Örnek:

Aşağıdaki değerleri dar açı şeklinde yazınız.

a) cos 110° **b)** tan 135° **c)** sin 170°
d) cot 200° **e)** sin 215° **f)** cos 250°
g) cos 300° **h)** tan 320° **ı)** sin 400°

Çözüm

a) cos 110° = cos (180° – 70°) = – cos 70°

b) tan 135° = tan (180° – 45°) = – tan 45°

c) sin 170° = sin (180° – 10°) = sin 10°

d) cot 200° = cot (180° + 20°) = cot 20°

e) sin 215° = sin (180° + 35°) = – sin 35°

f) cos 250° = cos (180° + 70°) = – cos 70°

g) cos 300° = cos (360° – 60°) = cos 60°

h) tan 320° = tan (360° – 40°) = – tan 40°

ı) sin 400° = sin (360° + 40°) = sin 40°

ÖRNEK SORU 41

$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3.\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \tan(\pi + x)$ olduğuna göre, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2} + 1$ C) $2\sqrt{2} + 1$
D) $2\sqrt{2} - 1$ E) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

Çözüm

$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \tan(\pi + x)$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - 3\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)$

$= \cos\frac{\pi}{4} - 3\left(-\sin\frac{\pi}{4}\right) + \tan\frac{\pi}{4}$

$= \cos\frac{\pi}{4} + 3\sin\frac{\pi}{4} + \tan\frac{\pi}{4}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} + 1$

$= \frac{4\sqrt{2}}{2} + 1$

$= 2\sqrt{2} + 1$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 42

$\frac{2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)}{3\cos(2\pi + x)}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) 1

Çözüm

$\frac{2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)}{3\cos(2\pi + x)} = \frac{-2\cos x - \cos x}{3\cos x}$

$= \frac{-3\cos x}{3\cos x}$

$= -1$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 43

$\tan 50° = m$ olduğuna göre, $\frac{\tan 230° - \tan 130°}{\tan 320° + \tan 50°}$ ifadesinin m cinsinden eşiti nedir?

A) $\frac{2m^2}{m+1}$ B) $\frac{2m^2}{m^2-1}$ C) $\frac{2m^3}{m+1}$
D) $\frac{m^3}{2m^2-1}$ E) $\frac{m^2}{2m+1}$

Çözüm

tan 50° = m olduğuna göre,

$\frac{\tan 230° - \tan 130°}{\tan 320° + \tan 50°} = \frac{\tan(180° + 50°) - \tan(180° - 50°)}{\tan(360° - 40°) + \tan 50°}$

$= \frac{\tan 50° - (-\tan 50°)}{-\tan 40° + \tan 50°}$ .... (I)

$\underbrace{\tan 50°}_{m}.\cot 50° = 1$

$\Rightarrow m.\cot 50° = 1 \Rightarrow \cot 50° = \frac{1}{m}$

cot 50° = tan 40° olduğuna göre,

$\tan 40° = \frac{1}{m}$ dir.

(I) deki denklem m cinsinden yazılırsa,

$\frac{\tan 50° + \tan 50°}{-\tan 40° + \tan 50°} = \frac{m + m}{-\frac{1}{m} + m}$

$= \frac{2m}{\frac{-1 + m^2}{m}}$

$= \frac{2m^2}{m^2 - 1}$ olur.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 44

cos 40° = a olduğuna göre, sin 140° nin a cinsinden eşiti nedir?

A) $a^2 - 1$ B) $a^2 + 1$ C) $\sqrt{1 - a^2}$
D) $\sqrt{a^2 + 1}$ E) $\sqrt{2a^2 + 1}$

Çözüm

$\sin 140° = \sin (180° - 40°) = \sin 40°$

sin 40° nin a cinsinden değeri bulunursa,

$\sin^2 40° + \cos^2 40° = 1$ dir.

$\Rightarrow \sin^2 40° + a^2 = 1$

$\Rightarrow \sin^2 40° = 1 - a^2$

$\Rightarrow \sin 40° = \sqrt{1 - a^2}$ olur.

Buna göre, $\sin 140° = \sin 40° = \sqrt{1 - a^2}$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 45

$\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ve $\cos x = -\frac{3}{5}$ olduğuna göre, tan x kaçtır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{5}{2}$ E) -2

Çözüm

$\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olduğundan,

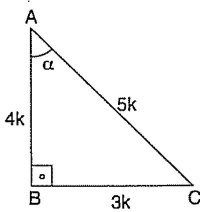
$x = 90° + \alpha$ olarak yazılabilir. $(0° < \alpha < 90°)$

$\cos (90° + \alpha) = -\frac{3}{5}$

$-\sin \alpha = -\frac{3}{5}$

$\sin \alpha = \frac{3}{5}$ olduğuna göre,

Bir dar açısının sinüsü $\frac{3}{5}$ olan dik üçgen çizilirse,



$\tan x = \tan (90° + \alpha) = -\cot \alpha = -\left(\frac{4k}{3k}\right)$

$\tan x = -\frac{4}{3}$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 46

ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri sırasıyla α, β ve θ olsun.

cos α + cos (β + θ) nın değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

Çözüm

ABC üçgeni herhangi bir üçgen olmak üzere,

$\alpha + \beta + \theta = 180°$

$\alpha = 180 - (\beta + \theta)$ dır.

$\cos \alpha = \cos (180 - (\beta + \theta))$

$\cos \alpha = -\cos (\beta + \theta)$

$\cos \alpha + \cos (\beta + \theta) = 0$ olur.

Yanıt A

Örnek:

$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ ve $\sin x = -\frac{5}{13}$ olduğuna göre, tan x, cot x ve cos x değerlerini bulunuz.

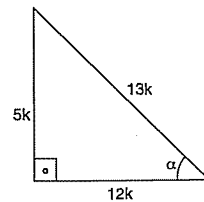
Çözüm

$x = 180° + \alpha$ olarak yazılabilir. $(0° < \alpha < 90°)$

$\sin x = \sin (180° + \alpha) \Rightarrow -\sin \alpha = -\frac{5}{13}$

$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{5}{13}$

Bir dar açısının sinüsü $\frac{5}{13}$ olan dik bir üçgen çizilirse,



$\tan x = \tan (180° + \alpha) = \tan \alpha = \frac{5}{12}$

$\cot x = \cot (180° + \alpha) = \cot \alpha = \frac{12}{5}$

$\cos x = \cos (180° + \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ olur.

1. $1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x}$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

2. $\frac{4\sin^2 x - \cos^2 x + 1}{\sin x}$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

3. $\frac{1 + \cot^2 x}{1 + \tan^2 x}$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

4. $\frac{\cos x + \tan x}{\sec x + \cot x}$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

5. $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

6. $\frac{1}{\sin^2 x} - \cot^2 x$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

7. $\frac{\sin x}{\cos x + 1} + \frac{\cos x + 1}{\sin x}$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

8. $\frac{\cos^2 x - 5\sin^2 x - 1}{1 - \cos^2 x}$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

9 $\left(\cot x+\frac{1}{\tan x}\right).\left(\tan x+\frac{1}{\cot x}\right)$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

10 $\frac{1-\sin^2 x}{\sin x.\cos x-\cos x}+\tan x$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

11 $\frac{\sin^2 x.\cos^2 x+\sin^4 x+\cos^2 x}{\sin^4 x+\sin^2 x.\cos^2 x}$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

12 $\frac{\cos^3 x-\sin^3 x}{\cos x+\sin x.\cos^2 x}$ ifadesinin en sade halini yazınız.

ÇÖZÜM:

13 $x=\sin\theta$ ve $y=\cos\theta$ olduğuna göre,

$\frac{x^4-y^4}{x^4+x^2y^2+y^2}-1$ ifadesinin eşitini yazınız.

ÇÖZÜM:

14 $0°<x<45°$ olmak üzere,

$\sqrt{1-2\sin x.\cos x}-\cos x$ ifadesinin eşit nedir?

ÇÖZÜM:

15 $p=\frac{12-4.\cos x}{3}$ olduğuna göre, p nin değer aralığı nedir?

ÇÖZÜM:

16 $A=6.\sin x+8.\cos y$ olduğuna göre, A nın alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

ÇÖZÜM:

17 $\frac{2\sin x+\cos x}{\cos x-\sin x}=\frac{1}{3}$ olduğuna göre, tan x kaçtır?

ÇÖZÜM:

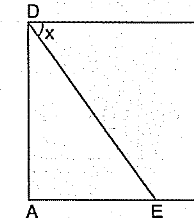
18 ABCD kare,

$2|AE|=3|EB|$

$m(\widehat{EDC})=x$

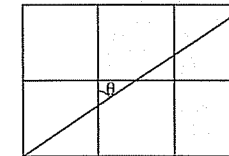
olduğuna göre,

tan x kaçtır?



ÇÖZÜM:

19



Şekildeki dikdörtgen özdeş karelerden oluşmuştur. Buna göre, sin θ kaçtır?

ÇÖZÜM:

20 ABCD kare,

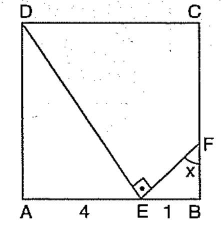
$[EF]\perp[DE]$

$|EB|=1$ br

$|AE|=4$ br

$m(\widehat{EFB})=x$

olduğuna göre, tan x kaçtır?



ÇÖZÜM:

21 ABC eşkenar üçgeninde,

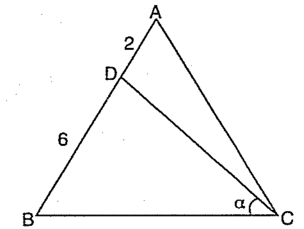
$|AD|=2$ br

$|BD|=6$ br

$m(\widehat{BCD})=\alpha$

olduğuna göre,

tan α kaçtır?



ÇÖZÜM:

22 ABCD kare,

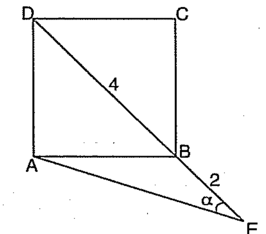
E, B, D noktaları doğrusal,

$m(\widehat{AED})=\alpha$

$|BE|=2$ br

$|BD|=4$ br

olduğuna göre, tan α kaçtır?



ÇÖZÜM:

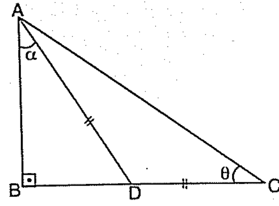
23 ABC dik üçgeninde,

$[AB] \perp [BC]$

$|AD| = |DC|$

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$

$m(\widehat{ACB}) = \theta$



$\sin\alpha = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\cot\theta$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

24 ABCD yamuğunda,

$[AB] // [DC]$

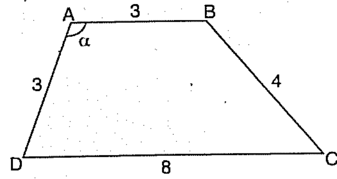
$|AB| = |DA| = 3$ br

$|BC| = 4$ br

$|DC| = 8$ br

$m(\widehat{DAB}) = \alpha$

olduğuna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?



ÇÖZÜM:

25 ABC ikizkenar üçgeninde

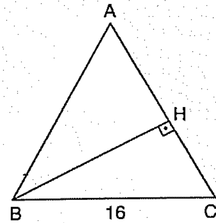
$[BH] \perp [AC]$

$|AB| = |AC| = 17$ br

$|BC| = 16$ br

olduğuna göre,

$\cos(\widehat{HBC})$ kaçtır?



ÇÖZÜM:

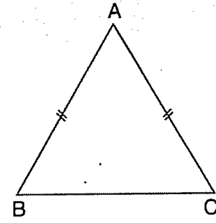
26 ABC üçgen

$|AB| = |AC|$

$\sin\widehat{A} = \frac{4}{5}$

olduğuna göre,

$\cos\widehat{C}$ kaçtır?



ÇÖZÜM:

27 ABC üçgen

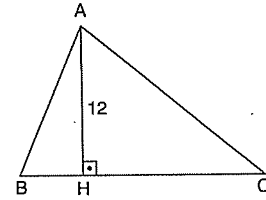
$[AH] \perp [BC]$

$|AH| = 12$ br

$\cot\widehat{B} + \cot\widehat{C} = \frac{5}{2}$

olduğuna göre,

$|BC|$ kaç birimdir?



ÇÖZÜM:

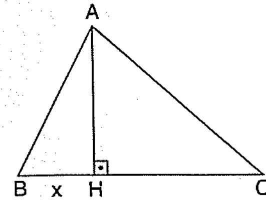
28 ABC üçgen

$\tan\widehat{B} = 3.\tan\widehat{C}$

$|BC| = 24$ br

olduğuna göre,

$|BH| = x$ kaç birimdir?



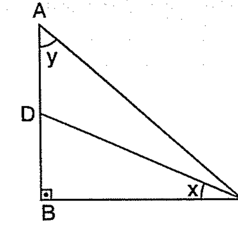
ÇÖZÜM:

29 ABC üçgen

$|DB| = 2|AD|$

olduğuna göre,

$\tan x.\tan y$ kaçtır?



ÇÖZÜM:

30 $\sin 2x = \frac{4}{5}$ olduğuna göre, $\tan x$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

31 $\frac{\cos^4 25° - \sin^4 25°}{1 - \tan^4 25°}$ ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

32 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\frac{1}{\sqrt{1-\cos x}.\sqrt{1+\cos x}}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi nedir?

ÇÖZÜM:

33 $0° < x < 90°$ ve $\cos x = \frac{2}{3}$ olduğuna göre,

$(\sin x + \cos x)$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

34 $x + y = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

$(\sin^2 x + \sin^2 y + \tan x.\tan y)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

35 $\tan x + \cot x = 5$ olduğuna göre, $(\tan^2 x + \cot^2 x)$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

36 $3a - 2b = 90°$ olmak üzere,

$\frac{\cos(2a+b)}{\sin(a-3b)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

37 $\sin 165°$, $\tan 105°$, $\cos 250°$, $\cot 269°$ trigonometrik değerlerin işaretlerini bulunuz.

ÇÖZÜM:

38 $\tan(-1835°)$, $\cos(830°)$, $\tan(-780°)$, $\cot(-170°)$ trigonometrik değerlerinin işaretlerini bulunuz.

ÇÖZÜM:

39 $\tan 240° \cdot \tan 210°$ çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM:

40 $\cot 315° \cdot \cos(-60°) + \tan 225° \cdot \sin(-90°)$ toplamının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

41 $\cos x = \frac{12}{13}$ olduğuna göre,

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi + x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

42 $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ ve $\cot x = \frac{4}{3}$ olduğuna göre, $(2\cos x - 3\sin x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

43 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ve $\cot x = -3$ olduğuna göre, $\frac{1 - 2\sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

44 $f(x) = \sin\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) - 2\cos\left(\frac{13\pi}{2} - x\right)$ olduğuna göre,

$f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

45 ABC üçgeninin açıları A, B, C olsun,

$\frac{\tan(A + B) + \tan A}{\tan(B + C) + \tan C}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

46 ABC üçgeninin açıları A, B, C olsun,

$\frac{\cos^2\left(\frac{A+B}{2}\right) + \cos^2\left(\frac{C}{2}\right)}{\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) \cdot \cot\left(\frac{C}{2}\right)}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

47 $a = \sin 35°$

$b = \sin 75°$

$c = \sin 145°$

trigonometrik değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

ÇÖZÜM:

48 $x = \cos 40°$

$y = \cos 65°$

$z = \cos 37°$

trigonometrik değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

ÇÖZÜM:

49 $a = \sin 20°$

$b = \tan 20°$

$c = \cot 14°$

$d = \cot 10°$

trigonometrik değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

ÇÖZÜM:

50 $x = \cos 232°$

$y = \sin 276°$

$z = \tan 214°$

$t = \sin 189°$

trigonometrik değerlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

ÇÖZÜM:

51 $\sin 65° = a$ olduğuna göre,

$\dfrac{\cos 25° + \sin 115°}{\tan 225°}$ ifadesinin a cinsinden eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

52 $\cos 83° = a$ olduğuna göre,

$\dfrac{\tan 173° . \sin 277°}{\cos 353° . \cos 97°}$ ifadesinin a cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

53 $\cot 70° = a$ olduğuna göre,

$\dfrac{\tan 110° + 2\cot 160°}{2\tan 200° - \tan 250°}$ ifadesinin a cinsinden eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

54 $\sin^2 1° + \sin^2 2° + \sin^2 3° + ... + \sin^2 90°$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

55 $\tan 6° . \tan 7° . \tan 8° ..... \tan 84°$

çarpımının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

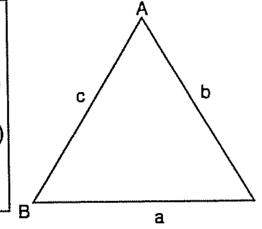
KOSİNÜS TEOREMİ

ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b, c ve iç açılarının ölçüleri A, B, C olmak üzere,

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(A)$

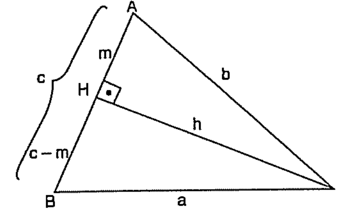
$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(B)$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(C)$



bağıntıları vardır.

İspat:



ABC üçgeninde [AB] ⊥ [CH] olacak şekilde [CH] doğru parçası çizilirse, |AH| = m, |CH| = h olsun. |BH| = c – m olur.

AHC dik üçgeninde: $|AH|^2 + |CH|^2 = |AC|^2$

$m^2 + h^2 = b^2$

$\Rightarrow h^2 = b^2 - m^2$ .... (1)

BHC dik üçgeninde: $|BH|^2 + |CH|^2 = |BC|^2$

$(c - m)^2 + h^2 = a^2$

$h^2 = a^2 - (c - m)^2$ .... (2)

(1) ve (2) deki denklemler eşitlenirse,

$b^2 - m^2 = a^2 - (c - m)^2$

$b^2 - m^2 = a^2 - c^2 + 2cm - m^2$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2cm$ ....(3)

AHC dik üçgeninde $\cos(A) = \frac{m}{b} \Rightarrow m = b.\cos(A)$ dır.

m nin değeri (3) deki denklemde yerine yazılırsa;

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(A)$ bulunur.

ÖRNEK SORU 47

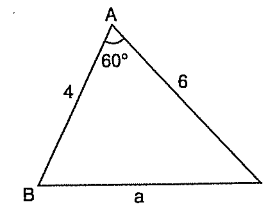
ABC üçgeninde

|AB| = 4 br, |AC| = 6 br

$m(\widehat{BAC}) = 60°$

olduğuna göre,

|BC| = a kaç birimdir?



A) $2\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{7}$ D) $3\sqrt{7}$ E) $6\sqrt{2}$

Çözüm

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos 60°$

$a^2 = 6^2 + 4^2 - 2.6.4.\cos 60°$

$a^2 = 36 + 16 - 2.6.4.\frac{1}{2}$

$a^2 = 52 - 24$

$a^2 = 28 \Rightarrow a = 2\sqrt{7}$ birim olur.

Yanıt C

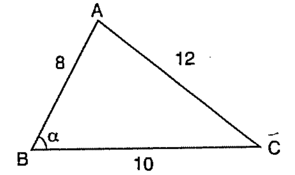
ÖRNEK SORU 48

ABC üçgeninde

|AB| = 8 br, |AC| = 12 br

|BC| = 10 br ve

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$ olduğuna göre, $\cos\alpha$ kaçtır?



A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

Çözüm

$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos\alpha$

$12^2 = 8^2 + 10^2 - 2.8.10.\cos\alpha$

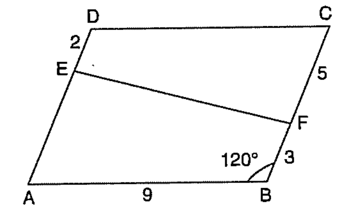
$144 = 64 + 100 - 160.\cos\alpha$

$160.\cos\alpha = 20$

$\cos\alpha = \frac{20}{160} = \frac{1}{8}$ olur.

Yanıt A

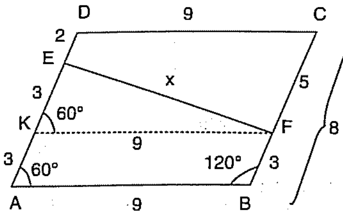
ÖRNEK SORU 49



ABCD paralelkenar, |DE| = 2 br, |BF| = 3 br, |CF| = 5 br, |AB| = 9 br ve $m(\widehat{ABC}) = 120°$ olduğuna göre, |EF| kaç birimdir?

A) $2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{11}$ C) $3\sqrt{7}$ D) $\sqrt{39}$ E) $\sqrt{61}$

Çözüm



F noktasından [AB] ye paralel doğru çizilirse,

$|AB| = |KF| = 9$ br

$|FB| = |AK| = 3$ br

$|KE| = 3$ br olur.

$m(\widehat{ABC}) = 120° \Rightarrow m(\widehat{DAB}) = 60°$

$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{EKF}) = 60°$ olur.

EKF üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa,

$x^2 = 3^2 + 9^2 - 2.\,3.\,9\,.\cos 60°$

$x^2 = 9 + 81 - 2.\,3.\,9.\,\frac{1}{2}$

$x^2 = 63$

$x = 3\sqrt{7}$ br olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 50

ABC üçgeninde,

$|AD| = 4$ br

$|DE| = 3$ br

$|DB| = 2$ br

$|AE| = 2$ br

$|EC| = 6$ br

olduğuna göre,

$|BC| = x$ kaç birimdir?

A) $\sqrt{15}$ B) $\sqrt{21}$ C) $\sqrt{34}$ D) $\sqrt{65}$ E) $\sqrt{73}$

Çözüm

ADE üçgeninden yararlanarak A açısının kosinüsü bulunur.

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$ olmak üzere,

ADE üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa,

$3^2 = 4^2 + 2^2 - 2.\,4.\,2.\cos\alpha$

$9 = 16 + 4 - 16\cos\alpha$

$16\cos\alpha = 11$

$\cos\alpha = \frac{11}{16}$ olur.

ABC üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa,

$x^2 = 6^2 + 8^2 - 2.\,6.\,8.\cos\alpha$

$x^2 = 36 + 64 - 2.\,6.\,8.\,\frac{11}{16}$

$x^2 = 100 - 66$

$x^2 = 34$

$x = \sqrt{34}$ br olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 51

ABCD dikdörtgen

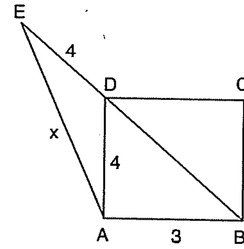
$|AB| = 3$ br

$|AD| = 4$ br

$|ED| = 4$ br

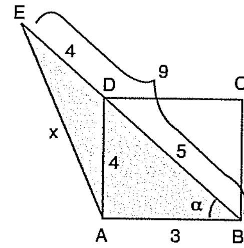
olduğuna göre,

$|AE| = x$ kaç birimdir?



A) $\frac{12\sqrt{10}}{5}$ B) $\frac{6\sqrt{15}}{5}$ C) $\frac{3\sqrt{21}}{7}$ D) $\frac{6\sqrt{19}}{19}$ E) $\frac{7\sqrt{13}}{13}$

Çözüm



ADB üçgeni dik üçgen olduğundan,

$|AD|^2 + |AB|^2 = |BD|^2$

$4^2 + 3^2 = |BD|^2$

$\Rightarrow |BD| = 5$ br dir.

ADB üçgeninde $m(\widehat{EBA}) = \alpha$ olmak üzere, $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ tir.

EAB üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa,

$x^2 = 9^2 + 3^2 - 2.3.9.\cos\alpha$

$x^2 = 9^2 + 3^2 - 2.\,3.\,9.\,\frac{3}{5}$

$= 81 + 9 - \frac{162}{5}$

$x^2 = \frac{288}{5} \Rightarrow x = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

$x = \frac{12\sqrt{10}}{5}$ br olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 52

ABCD kare

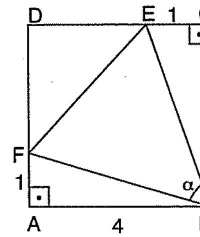
$|AB| = 4$ br

$|AF| = |EC| = 1$ br

ve $m(\widehat{EBF}) = \alpha$

olduğuna göre,

$\cos\alpha$ nın değeri kaçtır?



A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{12}{13}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{8}{17}$ E) $\frac{15}{17}$

Çözüm

ABF dik üçgeninde,

$|AF|^2 + |AB|^2 = |BF|^2$

$1^2 + 4^2 = |BF|^2$

$|BF| = \sqrt{17}$ br

ECB dik üçgeninde,

$|EC|^2 + |BC|^2 = |BE|^2$

$1^2 + 4^2 = |BE|^2$

$|BE| = \sqrt{17}$ br

DFE dik üçgeninde,

$|DE|^2 + |DF|^2 = |EF|^2$

$3^2 + 3^2 = |EF|^2$

$|EF| = 3\sqrt{2}$ br

BEF üçgeninde kosinüs teoremi uygulanırsa,

$(3\sqrt{2})^2 = (\sqrt{17})^2 + (\sqrt{17})^2 - 2.\sqrt{17}\,.\sqrt{17}.\cos\alpha$

$18 = 17 + 17 - 2.\,17.\cos\alpha$

$34\cos\alpha = 16$

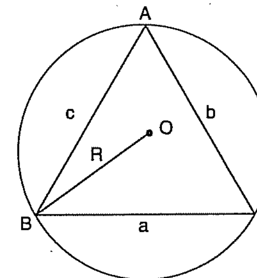
$\cos\alpha = \frac{8}{17}$ olur.

Yanıt D

SİNÜS TEOREMİ

Kenar uzunlukları a,b,c birim ile iç açılarının ölçüleri A, B, C olan ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçap uzunluğu da R olmak üzere,

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ dir.

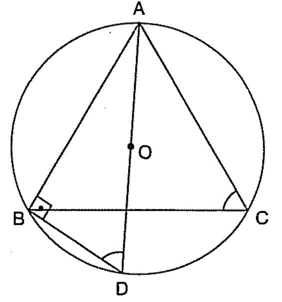


İspat:

ABC üçgeninin çevrel çemberinde çap olacak biçimde [AD] doğru parçası çizilirse;

$[BD] \perp [AB]$ olur. (Çapı gören çevre açı 90° dir.)

$m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{ADB})$ (Aynı yayı gören çevre açılar eşittir.)



ABD dik üçgeninde

$m(\widehat{A}) = A$, $m(\widehat{B}) = B$, $m(\widehat{C}) = C$

$m(\widehat{BDA}) = x$ olsun.

$\sin x = \frac{|AB|}{|AD|} = \frac{c}{2R}$ dir.

$m(\widehat{D}) = m(\widehat{C}) \Rightarrow \sin x = \sin(\widehat{C}) = \frac{c}{2R}$

$\Rightarrow \frac{c}{\sin C} = 2R$ bulunur.

Aynı şekilde; $\frac{b}{\sin B} = 2R$ ve $\frac{a}{\sin A} = 2R$ elde edilir.

Buna göre;

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ olur.

ÖRNEK SORU 53

ABC üçgeninde,

$|AB| = 6$ br

$|AC| = 4\sqrt{3}$ br

$m(\widehat{ACB}) = \alpha$

$m(\widehat{ABC}) = 60°$

olduğuna göre, $\sin\alpha$ nın değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{8}$

Çözüm

Sinüs teoremi uygulanırsa, ($m(\widehat{A}) = A$, $m(\widehat{B}) = B$, $m(\widehat{C}) = C$)

$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{4\sqrt{3}}{\sin 60°} = \frac{6}{\sin\alpha}$

$\Rightarrow \frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6}{\sin\alpha}$

$\Rightarrow 8 = \frac{6}{\sin\alpha}$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{6}{8}$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{3}{4}$ olur.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 54

Şekilde ABCD kirişler dörtgeni,

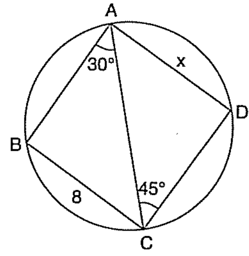
$m(\widehat{BAC}) = 30°$

$m(\widehat{ACD}) = 45°$

$|BC| = 8$ br

olduğuna göre,

$|AD| = x$ kaç birimdir?



A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) $9\sqrt{5}$

Çözüm

İki ayrı üçgen için de sinüs teoremi uygulanılırsa,

ABC üçgeninde $\dfrac{8}{\sin 30°} = 2R$ ......(1)

ACD üçgeninde $\dfrac{x}{\sin 45°} = 2R$ .....(2)

(1) ve (2) deki denklemler eşitlenirse;

$$\frac{8}{\sin 30°} = \frac{x}{\sin 45°}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{\frac{1}{2}} = \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{2x}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow x = 8\sqrt{2} \text{ birim olur.}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU 55

ABC üçgeninde,

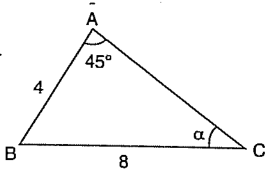
$m(\widehat{BAC}) = 45°$

$|AB| = 4$ br

$|BC| = 8$ br ve $m(\widehat{ACB}) = \alpha$

olduğuna göre,

$\tan \alpha$ kaçtır?



A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{\sqrt{7}}{7}$

Çözüm

Sinüs teoreminden,

$$\frac{8}{\sin 45°} = \frac{4}{\sin \alpha}$$

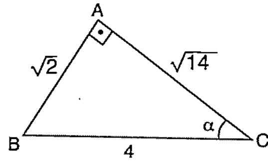
$$\Rightarrow \frac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ bulunur.}$$

$\Rightarrow \sin \alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ olan dik üçgen çizilirse,

$|AB|^2 + |AC|^2 = |BC|^2$

$(\sqrt{2})^2 + |AC|^2 = 4^2$

$|AC| = \sqrt{14}$ br



$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7} \text{ olur.}$$

Yanıt E

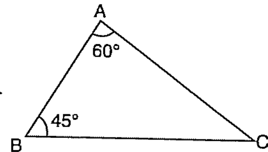
ÖRNEK SORU 56

ABC üçgeninde,

$m(\widehat{BAC}) = 60°$

$m(\widehat{ABC}) = 45°$ ve üçgenin çevrel çemberinin yarıçapı 6 br

olduğuna göre, $(|AC| + |BC|)$ toplamı kaç birimdir?



A) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ B) $3(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ C) $4(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

D) $6\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$ E) $6(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

Çözüm

Sinüs teoremi kullanılırsa;

$$\frac{|AC|}{\sin 45°} = \frac{|BC|}{\sin 60°} = 2R$$

$$\frac{|AC|}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{|BC|}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 12$$

$$\frac{|AC|}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 12 \Rightarrow |AC| = 6\sqrt{2} \text{ br}$$

$$\frac{|BC|}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 12 \Rightarrow |BC| = 6\sqrt{3} \text{ br}$$

$$|AC| + |BC| = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

$$= 6(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \text{ birim olur.}$$

Yanıt E

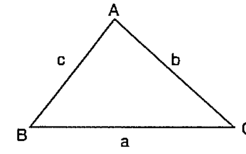
ÜÇGENİN ALANI

İki kenar uzunluğu ve bu iki kenar arasındaki açının ölçüsü bilinen üçgenin iç açılarının ölçüleri A, B, C olmak üzere alanı;

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{1}{2} b.c. \sin A$$

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{1}{2} a.c \sin B$$

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{1}{2} a.b. \sin C$$



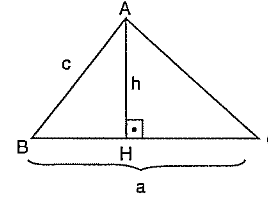
İspat:

ABC üçgeninde,

$[AH] \perp [BC]$ çizilirse ve

$[AH] = h$ denilirse,

$\text{Alan}(ABC) = \dfrac{a.h}{2}$ dir. .....(1)



ABH dik üçgeninde,

$\sin B = \dfrac{h}{c} \Rightarrow h = c.\sin B$ değeri (1) deki denklemde yerine yazılırsa,

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{a.h}{2} = \frac{a.c.\sin B}{2} = \frac{1}{2} a.c. \sin B \text{ olur.}$$

Benzer şekilde diğer ikisinin de ispatı yapılabilir.

Üçgenin Diğer Alan Formülleri:

1) $\text{Alan}(ABC) = \dfrac{a.h_a}{2} = \dfrac{b.h_b}{2} = \dfrac{c.h_c}{2}$

2) ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı R olmak üzere

$\text{Alan}(ABC) = \dfrac{a.b.c}{4R}$

3) $u = \dfrac{a+b+c}{2}$ ve ABC üçgeninin iç teğet çemberinin yarıçapı r olmak üzere;

$\text{Alan}(ABC) = u.r$

4) $\text{Alan}(ABC) = \sqrt{u.(u-a).(u-b).(u-c)}$

ÖRNEK SORU 57

ABC üçgeninde,

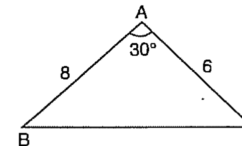
$|AB| = 8$ br

$|AC| = 6$ br

$m(\widehat{BAC}) = 30°$

olduğuna göre,

Alan(ABC) kaç birimkaredir?



A) 12 B) 15 C) 16 D) 18 E) 24

Çözüm

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{1}{2}.8.6.\sin 30°$$

$$= \frac{1}{2}.8.6.\frac{1}{2}$$

$$= 12 \text{ br}^2 \text{ olur.}$$

Yanıt A

ÖRNEK SORU 58

ABC ve BFD birer üçgen

$|AF| = 6$ br

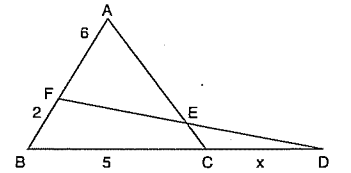
$|FB| = 2$ br

$|BC| = 5$ br

Alan(ABC) = Alan(FBD)

olduğuna göre,

$|CD| = x$ kaç birimdir?



A) 11 B) 13 C) 15 D) 19 E) 27

Çözüm

$m(\widehat{ABD}) = \alpha$ olmak üzere ABC ve FBD üçgenlerinde B açısı ortak olduğundan B açısına göre alanlar yazılırsa,

Alan(ABC) = Alan(FBD)

$$\frac{1}{2}.|AB|.|BC|.\sin \alpha = \frac{1}{2}.|FB|.|BD|.\sin \alpha$$

$$\frac{1}{2}.8.5 \sin \alpha = \frac{1}{2}.2.(5+x).\sin \alpha$$

$$40 = 2.(5+x)$$

$$20 = 5 + x$$

$$x = 15 \text{ br olur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU 59

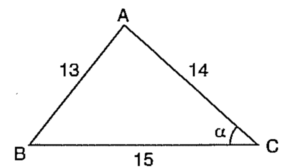
ABC üçgeninde,

$|AB| = 13$ br

$|AC| = 14$ br

$|BC| = 15$ br ve

$m(\widehat{ACB}) = \alpha$ olduğuna göre, $\sin \alpha$ nın değeri kaçtır?



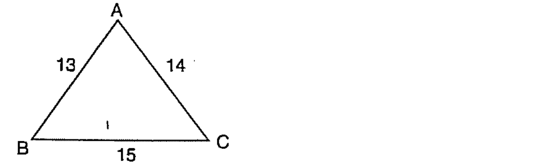
A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{5}{13}$

Çözüm

ABC üçgeninin alanı bulunursa, üç kenar uzunluğu bilinen üçgenin alanı;

$u=\dfrac{a+b+c}{2}$ olmak üzere,

$\text{Alan}(ABC)=\sqrt{u.(u-a).(u-b).(u-c)}$ dir.



$u=\dfrac{13+14+15}{2}\Rightarrow u=21$

$\text{Alan}(ABC)=\sqrt{21.(21-13).(21-14).(21-15)}$

$=\sqrt{21.8.7.6}$

$=\sqrt{3.7.2^3.7.2.3}$

$=3.7.4$

$=84\ br^2$ dir.

$\text{Alan}(ABC)=\dfrac{1}{2}.14.15.\sin\alpha$

$84=\dfrac{1}{2}.14.15\sin\alpha$

$\Rightarrow \sin\alpha=\dfrac{4}{5}$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 60

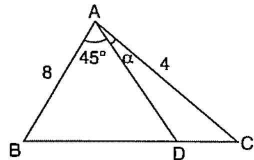
ABC üçgeninde,

|BD| = 3|DC|

|AB| = 8 br

|AC| = 4 br

$m(\widehat{BAD})=45°$

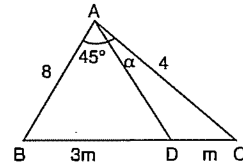


$m(\widehat{DAC})=\alpha$ olduğuna göre, $\sin\alpha$ nın değeri kaçtır?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ E) $\dfrac{\sqrt{6}}{5}$

⚠ ***Not:** Yükseklikleri aynı olan üçgenlerde tabanlar oranı alanlar oranına eşittir.*

Çözüm



$|BD|=3|DC|\Rightarrow \text{Alan}(ABD)=3.\text{Alan}(DAC)$ dir.

$\dfrac{1}{2}.8.|AD|.\sin 45°=3.\dfrac{1}{2}.|AD|.4.\sin\alpha$

$2.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3.\sin\alpha$

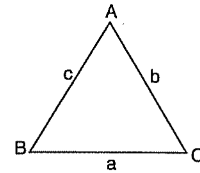
$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ olur.

Yanıt B

TANJANT TEOREMİ

ABC üçgeninde b > c olmak üzere; iç açılarının ölçüleri A, B, C dir.

$$\frac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\tan\left(\frac{B+C}{2}\right)}=\frac{b-c}{b+c}$$



İspat:

Sinüs teoremi kullanılarak teoremin ispatı yapılabilir.

$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$ olduğuna göre,

$\dfrac{b}{\sin B}=2R\Rightarrow b=2R.\sin B$

$\dfrac{c}{\sin C}=2R\Rightarrow c=2R.\sin C$

$\dfrac{b-c}{b+c}=\dfrac{2R.\sin B-2R.\sin C}{2R.\sin B+2R.\sin C}$

$=\dfrac{2R.(\sin B-\sin C)}{2R.(\sin B+\sin C)}$

$=\dfrac{\sin B-\sin C}{\sin B+\sin C}$

Ters dönüşüm formülleri kullanılırsa;

$$\frac{b-c}{b+c}=\frac{2\cos\left(\frac{B+C}{2}\right).\sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{B+C}{2}\right).\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}$$

$$=\frac{\cos\left(\frac{B+C}{2}\right)}{\sin\left(\frac{B+C}{2}\right)}.\frac{\sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}$$

$$=\frac{1}{\frac{\sin\left(\frac{B+C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B+C}{2}\right)}}.\frac{\sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}$$

$$=\frac{1}{\tan\left(\frac{B+C}{2}\right)}.\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)$$

$$\frac{b-c}{b+c}=\frac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\tan\left(\frac{B+C}{2}\right)}\ \text{olur.}$$

ÖRNEK SORU 61

ABC dik üçgeninde,

[AC] ⊥ [AB]

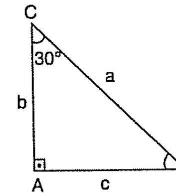
$m(\widehat{ACB})=30°$

|AC| = b br

|AB| = c br

|BC| = a br

olduğuna göre,



hipotenüs uzunluğunun, c türünden değeri nedir?

A) c + 1 B) 2c C) 3c D) 4c E) 2c + 2

Çözüm

ABC üçgeninde tanjant teoremi uygulanırsa,

$$\frac{\tan\left(\frac{90°+30°}{2}\right)}{\tan\left(\frac{90°-30°}{2}\right)}=\frac{a+c}{a-c}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{1}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{a+c}{a-c}$$

$3=\dfrac{a+c}{a-c}$

$3a-3c=a+c$

$2a=4c$

$a=2c$ bulunur.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 62

ABC üçgeninde,

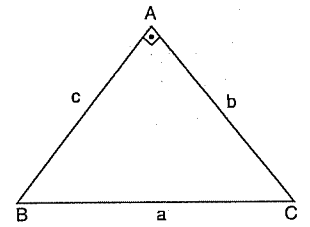
[AB] ⊥ [AC]

|AC| = b

|AB| = c

|BC| = a

$\dfrac{c}{b}=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$ olduğuna



göre, $m(\widehat{C})$ kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

Çözüm

$\dfrac{c}{b}=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}\Rightarrow$ orantı özelliğinden

$\dfrac{b-c}{b+c}=\dfrac{3+\sqrt{3}-(3-\sqrt{3})}{3+\sqrt{3}+(3-\sqrt{3})}=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ tür.

ABC üçgenin iç açılarının ölçüleri A, B, C olmak üzere,

$\dfrac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\tan\left(\frac{B+C}{2}\right)}=\dfrac{b-c}{b+c}\Rightarrow$

$\dfrac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\tan\frac{90°}{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\dfrac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{1}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \tan\left(\dfrac{B-C}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{B-C}{2}=30°$

$B-C=60°$ dir.

$$\begin{array}{r} B+C=90° \\ -/\ B-C=60° \\ \hline 2C=30° \\ C=15°\ \text{olur.} \end{array}$$

Yanıt A

1 ABC üçgeninde,

$|AB| = 4$ br

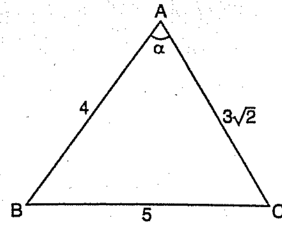
$|BC| = 5$ br

$|AC| = 3\sqrt{2}$ br

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$

olduğuna göre,

$\cos \alpha$ kaçtır?



ÇÖZÜM:

2 ABC üçgeninde,

$|AB| = 5$ br

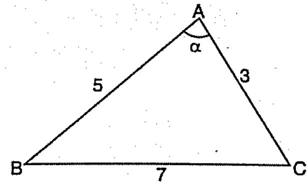
$|AC| = 3$ br

$|BC| = 7$ br

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$

olduğuna göre,

α kaç derecedir?



ÇÖZÜM:

3 ABC üçgeninde,

$|AB| = 3$ br

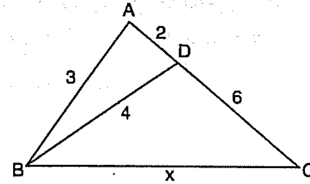
$|AD| = 2$ br

$|DC| = 6$ br

$|BD| = 4$ br

$|BC| = x$ br

olduğuna göre, x kaç birimdir?



ÇÖZÜM:

4 $[AE] \cap [BD] = \{C\}$

$|AB| = 4$ br

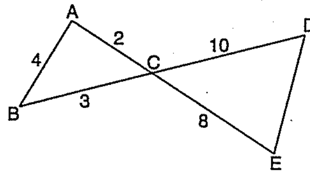
$|AC| = 2$ br

$|BC| = 3$ br

$|DC| = 10$ br

$|CE| = 8$ br

olduğuna göre, $|DE|$ kaç birimdir?



ÇÖZÜM:

5 ABC üçgeninde; iç açılarının ölçüleri A, B, C ve kenar uzunlukları a, b, c birimdir. Kenar uzunlukları arasında,

$a^2 = b^2 + c^2 + \sqrt{3}bc$ bağıntısı olduğuna göre, A açısı kaç derecedir?

ÇÖZÜM:

6 ABC çeşitkenar üçgeninde; iç açıların ölçüleri A, B, C ve kenar uzunlukları a, b, c birimdir. Kenar uzunlukları arasında $b.(b^2 - c^2) = a.(a^2 - c^2)$ bağıntısı olduğuna göre, C açısı kaç derecedir?

ÇÖZÜM:

7 ABCD kare,

$|AE| = |EB|$

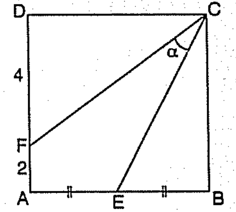
$|DF| = 4$ br

$|AF| = 2$ br

$m(\widehat{FCE}) = \alpha$

olduğuna göre,

$\cos \alpha$ kaçtır?



ÇÖZÜM:

8 ABCD kirişler dörtgeninde,

$|AB| = 4$ br

$|BC| = 5$ br

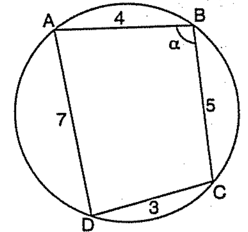
$|AD| = 7$ br

$|DC| = 3$ br

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

olduğuna göre,

$\cos \alpha$ kaçtır?



ÇÖZÜM:

9 *ABCD eşkenar dörtgeninde,*

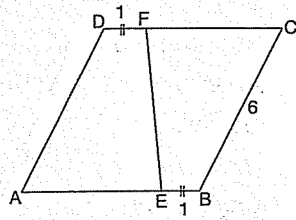
|DF| = |EB| = 1 br

|BC| = 6 br

$m(\widehat{ABC}) = 120°$

olduğuna göre,

|EF| kaç birimdir?



ÇÖZÜM:

10 *Şekildeki küpte,*

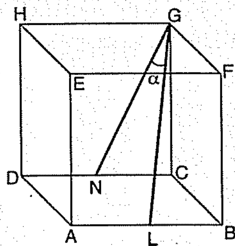
|DN| = |NC|

|AL| = |LB|

$m(\widehat{NGL}) = \alpha$

olduğuna göre,

cos α kaçtır?



ÇÖZÜM:

11 *Şekildeki dik konide,*

$m(\widehat{AOC}) = 90°$

$m(\widehat{BOD}) = 120°$

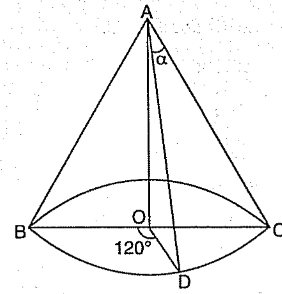
$|OA| = \sqrt{7}$ br

$|OB| = |OC| = 3$ br

$m(\widehat{DAC}) = \alpha$

olduğuna göre,

cos α kaçtır?



ÇÖZÜM:

12 *ABC üçgeninde,*

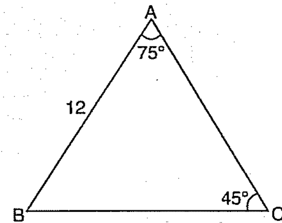
$m(\widehat{BAC}) = 75°$

$m(\widehat{ACB}) = 45°$

|AB| = 12 br

olduğuna göre,

|AC| kaç birimdir?



ÇÖZÜM:

ABC üçgeninde,

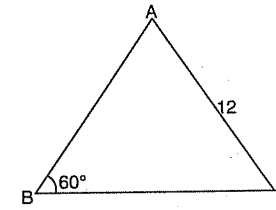
$m(\widehat{ABC}) = 60°$

|AC| = 12 br

olduğuna göre,

çevrel çemberin

çapı kaç birimdir?



ABC üçgeninde,

$m(\widehat{ACB}) = \alpha$

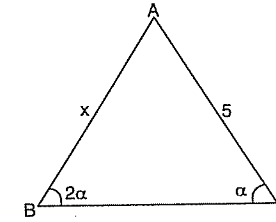
$m(\widehat{ABC}) = 2\alpha$

$\cos\alpha = \frac{5}{6}$

|AC| = 5 br

olduğuna göre,

|AB| = x kaç birimdir?



15 *ABC üçgeninde,*

$m(\widehat{ABC}) = 105°$

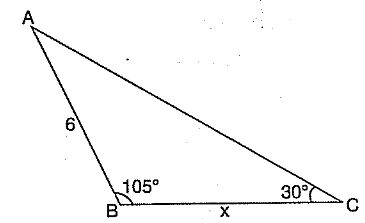
$m(\widehat{ACB}) = 30°$

|AB| = 6 br

olduğuna göre,

|BC| = x

kaç birimdir?



ÇÖZÜM:

16 *ABC üçgeninde,*

$|AB| = 2\sqrt{2}$ *br*

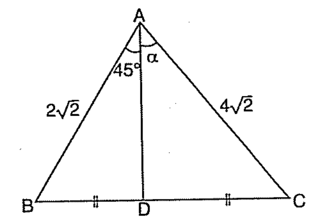
$|AC| = 4\sqrt{2}$ *br*

|BD| = |DC|

$m(\widehat{BAD}) = 45°$

$m(\widehat{DAC}) = \alpha$

olduğuna göre, sin α kaçtır?



ÇÖZÜM:

17 ABC üçgeninde,

$m(\widehat{CAD}) = \alpha$

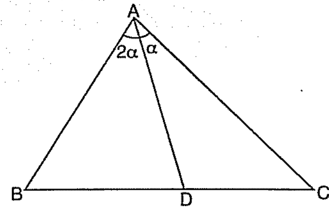
$m(\widehat{DAB}) = 2\alpha$

$2|DC| = 3|BD|$

$\cos\alpha = \frac{7}{12}$

olduğuna göre,

$\frac{|AB|}{|AC|}$ oranı kaçtır?



ÇÖZÜM:

19 ABC üçgeninde,

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$

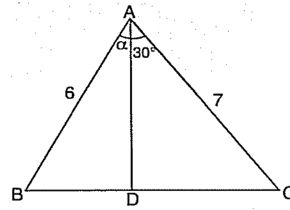
$m(\widehat{DAC}) = 30°$

$2|BD| = 3|DC|$

$|AB| = 6$ br

$|AC| = 7$ br

olduğuna göre, sin α kaçtır?



ÇÖZÜM:

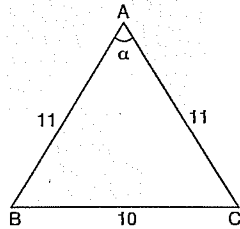
18 ABC ikizkenar üçgeninde,

$|AB| = |AC| = 11$ br

$|BC| = 10$ br

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$

olduğuna göre, sinα kaçtır?



ÇÖZÜM:

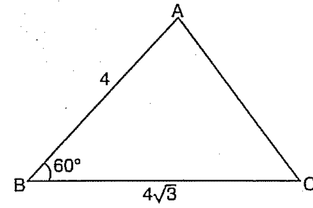
20 ABC üçgeninde,

$|AB| = 4$ br

$|BC| = 4\sqrt{3}$ br

$m(\widehat{ABC}) = 60°$

olduğuna göre, Alan(ABC) kaç birimkaredir?



ÇÖZÜM:

PERİYODİK FONKSİYON

$f : A \rightarrow B$ olmak üzere, $\forall x \in A$ için, $f(x + T) = f(x)$ eşitliğini gerçekleyen en az bir $T \neq 0$ reel sayısı varsa f fonksiyonuna periyodik fonksiyon, T pozitif gerçel sayısına da f fonksiyonunun periyodu denir. Bu eşitliği gerçekleyen birden fazla T reel sayısı varsa, bunların pozitif olanlarının en küçüğüne, f fonksiyonunun esas periyodu denir.

$a, b \in R$; $m \in Z$ ve $m \neq 0$ olmak üzere;

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = \sin^m(ax+b) \\ f(x) = \cos^m(ax+b) \end{array}\right\}$$ şeklindeki fonksiyonların periyodu:

m tek sayı ise $T = \dfrac{2\pi}{|a|}$

m çift sayı ise $T = \dfrac{\pi}{|a|}$ dır.

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = \tan^m(ax+b) \\ f(x) = \cot^m(ax+b) \end{array}\right\}$$ şeklindeki fonksiyonların periyodu: $T = \dfrac{\pi}{|a|}$ dır.

⚠ ***Not :1** İki veya daha fazla trigonometrik fonksiyonun toplamı biçiminde olan fonksiyonlarda, periyotlar ayrı ayrı hesaplanır. Periyotların okeki fonksiyonun periyodunu verir.*

⚠ ***Not :2** Çarpım durumundaki ifadelerde ters dönüşüm formülleri uygulanarak ifade toplam haline dönüştürülür sonra not 1'e göre periyod hesaplanır.*

ÖRNEK SORU 63

$f(x) = \cos^3(5x + 3)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\dfrac{2\pi}{3}$ B) $\dfrac{2\pi}{5}$ C) $\dfrac{3\pi}{5}$ D) $\dfrac{2\pi}{15}$ E) $\dfrac{6\pi}{5}$

Çözüm

f(x) fonksiyonuda kosinüs fonksiyonunun kuvveti tek sayı olduğundan periyodu;

$T = \dfrac{2\pi}{5}$ dir.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 64

$f(x) = 4\cot^3\left(\dfrac{2x}{3}\right)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\dfrac{8\pi}{3}$ B) $\dfrac{12\pi}{3}$ C) $\dfrac{3\pi}{2}$ D) $\dfrac{2\pi}{3}$ E) 8π

Çözüm

Kotanjant fonksiyonunun esas periyodu : $T = \dfrac{\pi}{\frac{2}{3}} = \dfrac{3\pi}{2}$ dir.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 65

$f(x) = \sin^6\left(\dfrac{3x+3}{7}\right)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\dfrac{3\pi}{7}$ B) $\dfrac{\pi}{7}$ C) $\dfrac{\pi}{3}$ D) $\dfrac{7\pi}{3}$ E) 3π

Çözüm

f(x) fonksiyonunda sinüs fonksiyonunun kuvveti çift sayı olduğundan esas periyodu;

$T = \dfrac{\pi}{\frac{3}{7}} = \dfrac{7\pi}{3}$ olur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 66

$f(x) = \sin^3(4 - 5x)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\dfrac{3\pi}{5}$ B) $\dfrac{5\pi}{3}$ C) $\dfrac{2\pi}{5}$ D) $\dfrac{2\pi}{3}$ E) $\dfrac{3\pi}{2}$

Çözüm

f(x) fonksiyonunda sinüs fonksiyonunun kuvveti tek sayı olduğundan esas periyodu; $T = \dfrac{2\pi}{|-5|} = \dfrac{2\pi}{5}$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 67

$f(x) = 3\sin(5x-1) + \cos\left(\dfrac{3x}{4} - \dfrac{1}{4}\right)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 2π B) 3π C) 5π D) 6π E) 8π

Çözüm

$3\sin(5x-1)$ fonksiyonun periyodu T_1, $\cos\left(\dfrac{3x}{4} - \dfrac{1}{4}\right)$ fonksiyonun periyodu T_2 olmak üzere,

$f(x) = 3\sin(5x-1) + \cos\left(\dfrac{3x}{4} - \dfrac{1}{4}\right)$

$$T_1 = \frac{2\pi}{5}, \quad T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3}$$

$$\text{okek}\left(\frac{2\pi}{5}, \frac{8\pi}{3}\right) = \frac{\text{okek}(2\pi, 8\pi)}{\text{obeb}(5, 3)}$$

$$= \frac{8\pi}{1} = 8\pi \text{ olur.}$$

Yanıt E

ÖRNEK SORU 68

$f(x) = \tan\left(\frac{3x}{5}\right) + \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 4π B) 5π C) 15π D) 16π E) 20π

Çözüm

$\tan\left(\frac{3x}{5}\right)$ fonksiyonunun esas periyodu;

$T_1 = \frac{\pi}{\frac{3}{5}} = \frac{5\pi}{3}$

$\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)$ fonksiyonunun esas periyodu;

$T_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

$f(x) = \tan\left(\frac{3x}{5}\right) + \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)$ fonksiyonunun esas periyodu

$\text{okek}\left(\frac{5\pi}{3}, 4\pi\right) = \frac{\text{okek}(5\pi, 4\pi)}{\text{obeb}(3,1)}$

$= \frac{20\pi}{1} = 20\pi$ olur.

Yanıt E

ÖRNEK SORU 69

$f(x) = 2\sin^3\left(\frac{3x}{4} - \frac{1}{4}\right) - \cos^4\left(\frac{2x}{3} + \frac{7}{3}\right) + \tan^3(2x+1)$

fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 24π B) 20π C) 18π D) 16π E) 10π

Çözüm

$2\sin^3\left(\frac{3x}{4} - \frac{1}{4}\right)$ ün periyodu T_1, $-\cos^4\left(\frac{2x}{3} + \frac{7}{3}\right)$ ün periyodu T_2

ve $\tan^3(2x+1)$ in periyodu T_3 olmak üzere,

$f(x) = 2\sin^3\left(\frac{3x}{4} - \frac{1}{4}\right) - \cos^4\left(\frac{2x}{3} + \frac{7}{3}\right) + \tan^3(2x+1)$

$T_1 = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3}$, $T_2 = \frac{\pi}{\frac{2}{3}} = \frac{3\pi}{2}$, $T_3 = \frac{\pi}{2}$

$\text{okek}\left(\frac{8\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\text{okek}(8\pi, 3\pi, \pi)}{\text{obeb}(3,2,2)} = \frac{24\pi}{1} = 24\pi$ olur.

Yanıt A

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN GRAFİĞİ

KOSİNÜS FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

$f: \mathbb{R} \to [-1,1]$

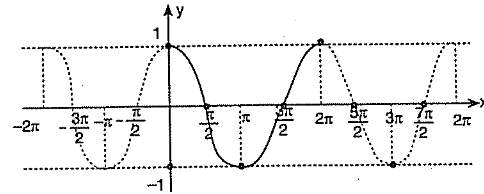
$f(x) = \cos x$ fonksiyonunun periyodu, $T = 2\pi$ olduğundan, grafiği $[0, 2\pi]$ aralığında çizilir, çizilen grafik sola ve sağa doğru çizilen periyotla tekrarlanır. Grafik çizilirken bir kaç tane özel açı değerleri verilir.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cos x	1 ↘	0 ↘	−1 ↗	0 ↗	1

Kosinüs fonksiyonunun geçtiği noktalar:

$(0,1)$, $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $(\pi, -1)$, $\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$, $(2\pi, 1)$ dir.

Kosinüs fonksiyonunun grafiğini çizerken açı değerleri çoğaltılırsa, dalga şeklinde bir eğri çıkar.



Örnek:

$f(x) = 2\cos 3x$ fonksiyonunun grafiğini $[0, 2\pi]$ aralığında çiziniz.

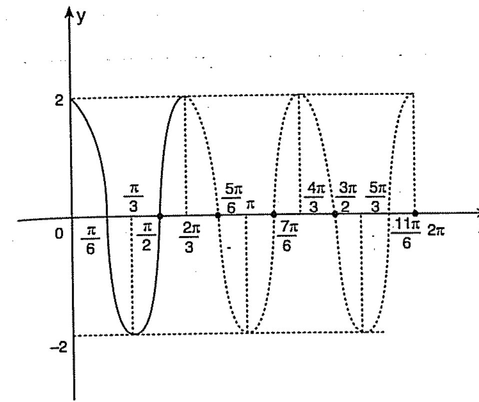
Çözüm

Fonksiyonun periyodu; $T = \frac{2\pi}{3}$ tür.

x e kosinüsü bilinen açı değerleri verilirse;

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
3x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cos 3x	1	0	−1	0	1
2cos 3x	2	0	−2	0	2

$f(x) = 2\cos 3x$ fonksiyonunun periyodu $\frac{2\pi}{3}$ ve grafiği $[0, 2\pi]$ aralığında çizileceğinden $\frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3$ olur. Yani grafiğin $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ aralığındaki şekli üç kere yan yana çizilmelidir.



SİNÜS FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

$f: \mathbb{R} \to [-1,1]$

$f(x) = \sin x$ fonksiyonunun periyodu

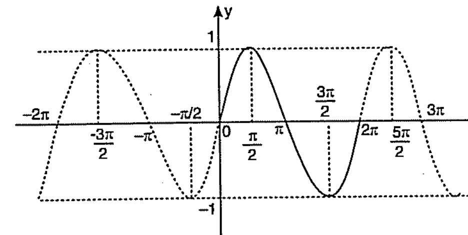
$T = 2\pi$ olduğundan, grafiği $[0, 2\pi]$ aralığında çizilir, çizilen grafik sola ve sağa doğru aynı periyotla tekrarlanır.

Grafik çizilirken x e birkaç tane özel açı değerleri verilir.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin x	0 ↗	1 ↘	0 ↘	−1 ↗	0

Sinüs fonksiyonunun geçtiği noktalar:

$(0,0)$, $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$, $(\pi, 0)$, $\left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$, $(2\pi, 0)$ dır.



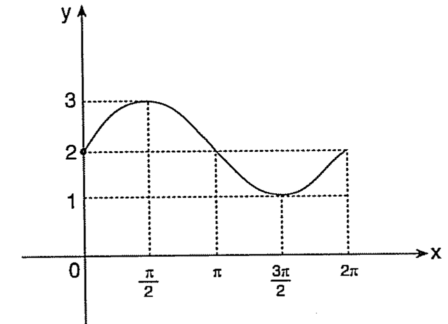
Örnek:

$f(x) = 2 + \sin x$ fonksiyonunun grafiğini $[0, 2\pi]$ aralığında çiziniz.

Çözüm

x e sinüsü bilinen açı değerleri verilir.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin x	0	1	0	−1	0
2 + sin x	2 ↗	3 ↘	2 ↘	1 ↗	2

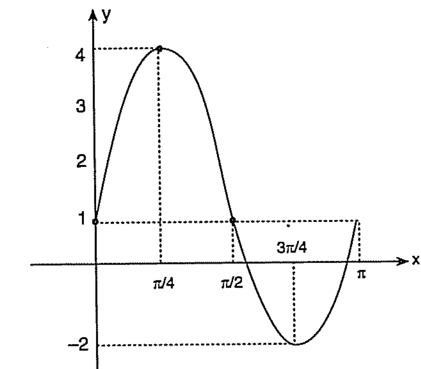


Örnek:

$f(x) = 3\sin 2x + 1$ fonksiyonunun grafiğini $[0, \pi]$ aralığında çiziniz.

Çözüm

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin 2x	0	1	0	−1	0
3sin 2x	0	3	0	−3	0
3sin 2x + 1	1 ↗	4 ↘	1 ↘	−2 ↗	1



TANJANT FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

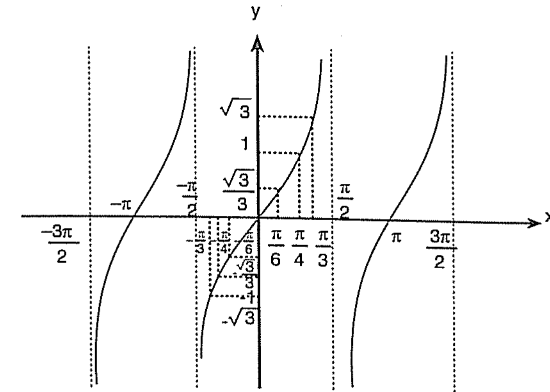
$f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to R$

$f(x) = \tan x$ fonksiyonunun periyodu, $T = \pi$

olduğundan, grafiği $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ aralağında çizilir, çizilen grafik sola ve sağa doğru aynı periyotla tekrarlanır.

Tanjant fonksiyonu $-\frac{\pi}{2}$ ve $\frac{\pi}{2}$ de tanımsızdır.

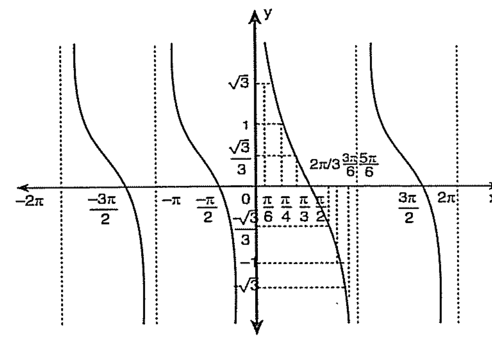
x	$-\pi/2$	$-\pi/3$	$-\pi/4$	$-\pi/6$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
tan x	Tanımsız $-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Tanımsız $+\infty$



KOTANJANT FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

$f(x) = \cot x : (0, \pi) \to R$ dir. Kotanjant fonksiyonu periyodu $T = \pi$ olduğundan, grafiği $(0, \pi)$ aralığındadır ve aynı grafik sola ve sağa doğru aynı periyotla çizilir. Kotanjant fonksiyonu 0 ve π de tanımsızdır.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
cot x	Tanımsız $+\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	Tanımsız $-\infty$



Örnek:

$f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to R$ olmak üzere,

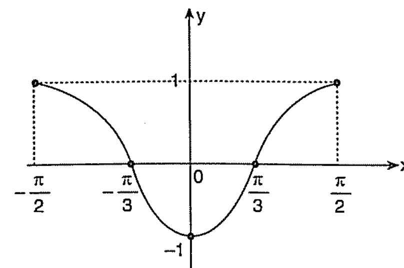
$f(x) = y = 1 - 2\cos x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Çözüm

x e cosinüsü bilinen açı değerleri verilir.

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0
−2cos x	0	−1	−2	−1	0
y=1−2cos x	1 ↘	0 ↘	−1 ↗	0 ↗	1

$\left(-\frac{\pi}{2}, 1\right), \left(-\frac{\pi}{3}, 0\right), (0, -1), \left(\frac{\pi}{3}, 0\right), \left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$



Örnek:

$y = \sec x$ fonksiyonunun grafiğini $[0, 2\pi]$ aralığında çiziniz.

Çözüm

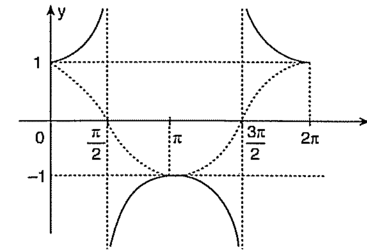
$y = \sec x = \frac{1}{\cos x}$

$\cos x = 0$ denklemini sağlayan x değerleri için secx fonksiyonu tanımsızdır.

x e cosinüsü bilinen açı değerleri verilirse;

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
secx	1	‖	−1	‖	1

$(0,1), (\pi, -1), (2\pi, 1)$



Kesik çizgilerle çizilen grafik cos x in, koyu renkle çizilen grafik sec x in grafiğidir.

Örnek:

$y = \operatorname{cosec} x$ fonksiyonunun grafiğini $(0, 2\pi)$ aralığında çiziniz.

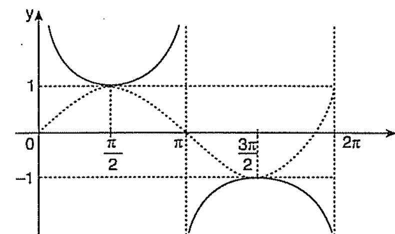
Çözüm

$y = \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$

$\sin x = 0$ denklemini sağlayan x değerleri için cosec x fonksiyonu tanımsızdır.

x e sinüsü bilinen açı değerleri verilirse;

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cosec x	‖	1	‖	−1	‖



Kesik çizgilerle çizilen grafik sin x in koyu renkle çizilen grafik cosec x in grafiğidir.

Örnek:

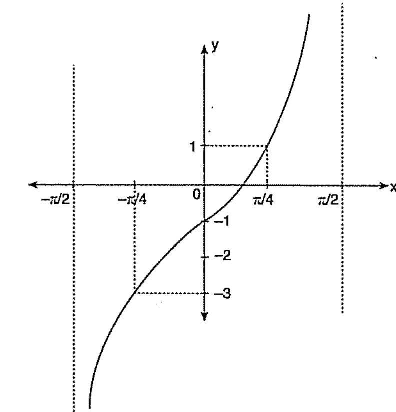
$y = -1 + 2\tan x$ fonksiyonunun grafiğini $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ aralığında çiziniz.

Çözüm

x e tanjantı bilinen açı değerleri verilirse,

x	$-\pi/2$	$-\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/2$
tan x	‖	−1	0	1	‖
2tan x	‖	−2	0	2	‖
y = − 1 + 2tan x	‖	−3	−1	1	‖

$\left(-\frac{\pi}{4}, -3\right), (0, -1), \left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$



SINIF SORULARI

1 $f(x) = \sin 4x$ fonksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

2 $f(x) = \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ fonksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

3 $f(x) = \sin 4x + \cos 6x$ fonksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

4 $f(x) = 8\sin^7(4x-3)$ fonksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

5 $f(x) = \tan^2(-6x+7)$ fonksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

6 $f(x) = \sin^3(3x-1) + \tan(2x+5)$ fonksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

7 $f(x) = \cos^5(4x+1) - \cot(1-6x)$ forksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

8 $f(x) = \sin^3(4x+1) - \cos\left(\frac{x}{2}+1\right) + \tan(6x)$

fonksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

9 $f(x) = 6 + 4\cot\left(\frac{x}{4}\right) - \tan^4(-2x) + \cos(3x+1)$

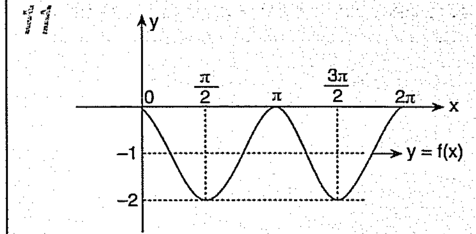
fonksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

10 $f(x) = \cos^3(6x+1) - 4\sin^6\left(\frac{3x+5}{2}\right)$ fonksiyonunun esas periyodunu bulunuz.

ÇÖZÜM:

11

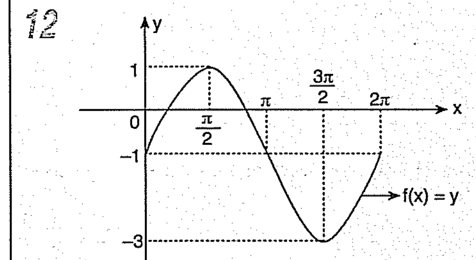


Yukarıdaki grafik $[0, 2\pi]$ aralığında $f(x)$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre, $f(0) + f\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2.f(2\pi)$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

12

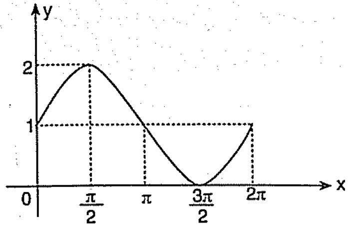


Yukarıdaki grafik, $[0, 2\pi]$ aralığındaki $f(x)$ fonksiyonuna aittir.

Buna göre, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) + 3.f(0) + 2.f^{-1}(-3) - 3\pi$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

13



Yukarıdaki grafik aşağıdaki hangi fonksiyona ait olabilir?

A) $f(x) = 3\sin x - 1$

B) $f(x) = \sin x + 1$

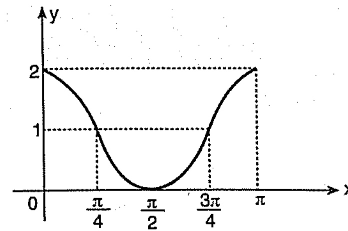
C) $f(x) = 2\cos x + 2$

D) $f(x) = \cos x - 1$

E) $f(x) = 2\sin x - 1$

ÇÖZÜM:

14



Yukarıdaki grafik aşağıdaki hangi fonksiyona ait olabilir?

A) $f(x) = 2\cos x + 1$

B) $f(x) = \cos 2x + 1$

C) $f(x) = 2\sin x + 1$

D) $f(x) = \cos x + 2$

E) $f(x) = 2\sin x - 1$

ÇÖZÜM:

15

$f(x) = -3\sin 4x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM:

16

$f(x) = -\cos x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM:

17

$f(x) = 1 - \sin 2x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM:

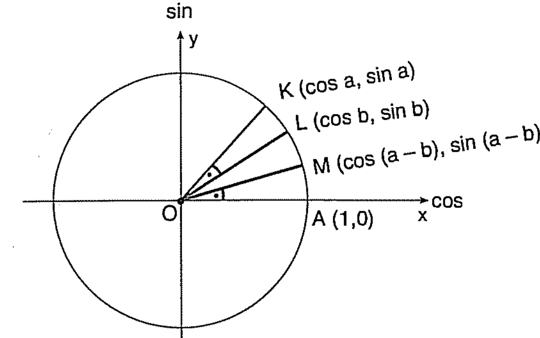
TOPLAM VE FARK FORMÜLLERİ

a ve b ∈ R olmak üzere,

1. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$
2. $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$
3. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$
4. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$
5. $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$
6. $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

1. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$

İspat:



Birim çemberde

$m(\widehat{KOA}) = a$ ve $m(\widehat{LOA}) = b$ olduğunda

$m(\widehat{KOL}) = a - b$ dir.

$\widehat{KOL}$ na eşit olan $\widehat{MOA}$ çizilirse,

$m(\widehat{MOA}) = a - b$ olur.

$m(\widehat{KOA}) = a$ ise $K(\cos a, \sin a)$

$m(\widehat{LOA}) = b$ ise $L(\cos b, \sin b)$

$m(\widehat{MOA}) = a - b$ ise $M(\cos(a-b), \sin(a-b))$

$m(\widehat{KOL}) = m(\widehat{MOA})$ ise $|KL| = |MA|$ dır.

iki nokta arasındaki uzaklık formülü kullanılırsa,

$|KL| = \sqrt{(\cos a - \cos b)^2 + (\sin a - \sin b)^2}$

$|KL|^2 = \cos^2 a - 2\cos a.\cos b + \cos^2 b + \sin^2 a - 2\sin a.\sin b + \sin^2 b$

$|KL|^2 = \underbrace{\cos^2 a + \sin^2 a}_{1} + \underbrace{\cos^2 b + \sin^2 b}_{1} - 2\cos a\cos b - 2\sin a\sin b$

$|KL|^2 = 2 - 2(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b)$ ... (1)

$|MA| = \sqrt{(\cos(a-b) - 1)^2 + (\sin(a-b) - 0)^2}$

$|MA|^2 = \cos^2(a-b) - 2\cos(a-b) + 1 + \sin^2(a-b)$

$|MA|^2 = \underbrace{\cos^2(a-b) + \sin^2(a-b)}_{1} + 1 - 2\cos(a-b)$

$|MA|^2 = 2 - 2\cos(a-b)$ ... (2)

(1) ve (2) deki denklemler taraf tarafa eşitlenirse,

$2 - 2\cos(a-b) = 2 - 2(\cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b)$

$\Rightarrow \cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$ olur.

2. $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$

İspat:

$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$ eşitliği kullanılırsa,

$\cos(a+b) = \cos(a-(-b))$ olarak yazılırsa,

$\cos(a-(-b)) = \cos.\underbrace{\cos(-b)}_{\cos b} + \sin a.\underbrace{\sin(-b)}_{-\sin b}$

$\Rightarrow \cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$ dir.

3. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$

İspat:

$\sin\alpha = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)$ eşitliği kullanılırsa,

$\sin(a-b) = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - (a-b)\right) = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - a + b\right) = \cos\left(\left(\dfrac{\pi}{2} - a\right) + b\right)$

$\sin(a-b) = \cos\left(\left(\dfrac{\pi}{2} - a\right) + b\right)$

$= \underbrace{\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - a\right)}_{\sin a} . \cos b - \underbrace{\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - a\right)}_{\cos a} . \sin b$

$\Rightarrow \sin(a-b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$ olur.

4. $\sin(a+b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$

İspat:

$\sin(a-b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$ eşitliği kullanılırsa,

$$\sin(a+b) = \sin(a-(-b)) = \sin a.\underbrace{\cos(-b)}_{\cos b} - \cos a.\underbrace{\sin(-b)}_{-\sin b}$$

$\Rightarrow \sin(a+b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$ dir.

5. $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a.\tan b}$ $\quad \left(a, b \neq \dfrac{\pi}{2}\right)$

İspat:

$$\tan(a+b) = \frac{\sin(a+b)}{\cos(a+b)} = \frac{\sin a.\cos b + \cos a.\sin b}{\cos a.\cos b - \sin a.\sin b}$$

ifadesinin pay ve paydası cosa.cosb ye bölünürse,

$$= \frac{\dfrac{\sin a.\cos b + \cos a.\sin b}{\cos a.\cos b}}{\dfrac{\cos a.\cos b - \sin a.\sin b}{\cos a.\cos b}} = \frac{\dfrac{\sin a.\cos b}{\cos a.\cos b} + \dfrac{\cos a.\sin b}{\cos a.\cos b}}{\dfrac{\cos a.\cos b}{\cos a.\cos b} - \dfrac{\sin a.\sin b}{\cos a.\cos b}}$$

$$= \frac{\dfrac{\sin a}{\cos a} + \dfrac{\sin b}{\cos b}}{1 - \dfrac{\sin a}{\cos a}.\dfrac{\sin b}{\cos b}} = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a.\tan b} \text{ dir.}$$

6. $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

İspat:

$$\tan(a-b) = \tan(a+(-b)) = \frac{\tan a + \overbrace{\tan(-b)}^{-\tan b}}{1 - \tan a.\underbrace{\tan(-b)}_{-\tan b}}$$

$$= \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \text{ olur.}$$

ÖRNEK SORU 70

sin 75° in değeri kaçtır?

A) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ B) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$ C) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ D) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{6}$ E) $\dfrac{\sqrt{3}(1+\sqrt{2})}{2}$

Çözüm

$\sin 75° = \sin(30° + 45°)$

$= \sin 30°.\cos 45° + \cos 30°.\sin 45°$

$= \dfrac{1}{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin 75° = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 71

$\tan(45° + x) = \dfrac{1}{3}$ olduğuna göre, tan x in değeri kaçtır?

A) −1 B) $-\dfrac{1}{2}$ C) $-\dfrac{2}{3}$ D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

Çözüm

$\tan(45° + x) = \dfrac{\tan 45° + \tan x}{1 - \tan 45°.\tan x} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow 3 + 3\tan x = 1 - \tan x$

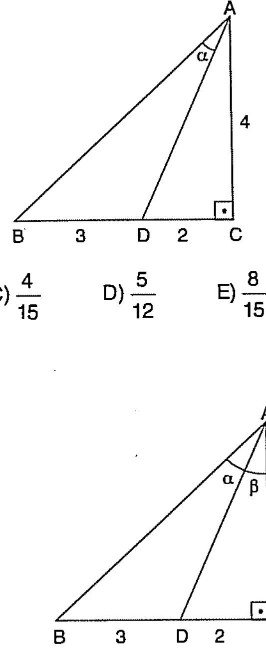
$\Rightarrow 4\tan x = -2$

$\Rightarrow \tan x = -\dfrac{1}{2}$ olur.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 72

ABC dik üçgen,
|AC| = 4 br
|BD| = 3 br
|DC| = 2 br
m($\widehat{BAD}$) = α
olduğuna göre,
tan α kaçtır?



A) $\dfrac{6}{13}$ B) $\dfrac{5}{11}$ C) $\dfrac{4}{15}$ D) $\dfrac{5}{12}$ E) $\dfrac{8}{15}$

Çözüm

m($\widehat{BAD}$) = α ve

m($\widehat{DAC}$) = β olsun.

$\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{5}{4}$ ve $\tan\beta = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$ dir.

$\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha.\tan\beta}$

$\Rightarrow \dfrac{5}{4} = \dfrac{\tan\alpha + \frac{1}{2}}{1 - \tan\alpha.\frac{1}{2}} \Rightarrow \dfrac{5}{4} = \dfrac{\frac{2\tan\alpha + 1}{2}}{\frac{2 - \tan\alpha}{2}}$

$\Rightarrow 10 - 5.\tan\alpha = 8.\tan\alpha + 4$

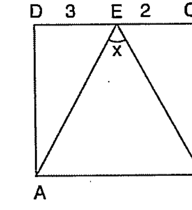
$\Rightarrow 6 = 13.\tan\alpha$

$\Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{6}{13}$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 73

ABCD kare,
|DE| = 3 br
|EC| = 2 br ve m($\widehat{AEB}$) = x
olduğuna göre,
tan x kaçtır?



A) $\dfrac{12}{5}$ B) $\dfrac{18}{7}$ C) $\dfrac{23}{8}$ D) $\dfrac{25}{19}$ E) $\dfrac{29}{10}$

Çözüm

m($\widehat{DEA}$) = α

m($\widehat{BEC}$) = β olsun.

α + x + β = 180°

⇒ x = 180° − (α + β) dır.

$\tan x = \tan(180° - (\alpha+\beta))$

$\tan x = -\tan(\alpha+\beta)$

$\tan x = -\left[\dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha.\tan\beta}\right]$

$\tan x = -\left[\dfrac{\frac{5}{3} + \frac{5}{2}}{1 - \frac{5}{2}.\frac{5}{3}}\right]$

$\tan x = -\left[\dfrac{\frac{25}{6}}{1 - \frac{25}{6}}\right]$

$\tan x = -\left[\dfrac{\frac{25}{6}}{-\frac{19}{6}}\right] = -\left[-\dfrac{25}{19}\right] = \dfrac{25}{19}$ olur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 74

$a - b = \dfrac{\pi}{6}$ olmak üzere,

$(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}+2$ D) $\sqrt{3}-2$ E) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

Çözüm

$(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$

$= \cos^2 a + 2\cos a.\cos b + \cos^2 b + \sin^2 a + 2\sin a.\sin b + \sin^2 b$

$= \underbrace{\cos^2 a + \sin^2 a}_{1} + \underbrace{\cos^2 b + \sin^2 b}_{1} + 2(\cos a.\cos b + \sin a.\sin b)$

$= 2 + 2.(\cos(a-b))$

$= 2 + 2.\cos\dfrac{\pi}{6}$

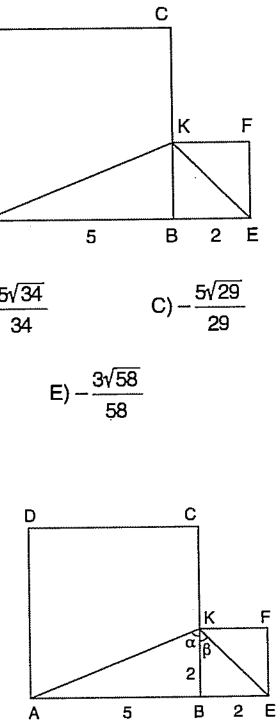
$= 2 + 2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= 2 + \sqrt{3}$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 75

ABCD ve
BEFK kare,
|AB| = 5 br
|BE| = 2 br
ve m($\widehat{AKE}$) = θ
olduğuna göre,
cos θ kaçtır?



A) $-\dfrac{4\sqrt{15}}{15}$ B) $-\dfrac{5\sqrt{34}}{34}$ C) $-\dfrac{5\sqrt{29}}{29}$ D) $-\dfrac{2\sqrt{43}}{43}$ E) $-\dfrac{3\sqrt{58}}{58}$

Çözüm

Açının kosinüsü istenmesine rağmen aynı açının tanjantını bulmak daha kolay olduğundan önce tanjantı dik üçgenden yararlanılarak hesaplanır daha sonra kosinüs değeri bulunur.

m($\widehat{AKB}$) = α

m($\widehat{BKE}$) = β için

$\tan\alpha = \dfrac{5}{2}$, $\tan\beta = \dfrac{2}{2} = 1$ dir.

$\tan\theta = \tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha.\tan\beta}$

$= \dfrac{\frac{5}{2} + 1}{1 - \frac{5}{2}.1}$

$= \dfrac{\frac{7}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\dfrac{7}{3}$ olur.

$\underbrace{\tan\theta}_{180°-x} = -\frac{7}{3}$ (Açı II. bölgede.)

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$|AB|^2 = 7^2 + 3^2$

$|AB| = \sqrt{58}$

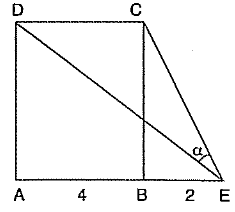
$\cos\theta = -\cos x = -\frac{3}{\sqrt{58}}$

$= -\frac{3\sqrt{58}}{58}$ olur.

Yanıt E

ÖRNEK SORU 76

ABCD kare,
$|AB| = 4$ br
$|BE| = 2$ br
$m(\widehat{DEC}) = \alpha$
olduğuna göre,
$\sin\alpha$ kaçtır?



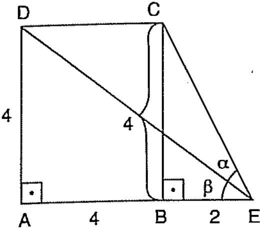
A) $\frac{2\sqrt{21}}{21}$ B) $\frac{4\sqrt{43}}{43}$ C) $\frac{8\sqrt{67}}{67}$

D) $\frac{4\sqrt{65}}{65}$ E) $\frac{4\sqrt{29}}{29}$

Çözüm

İstenilen açının tanjantını bulmak daha kolay olduğundan önce $\tan\alpha$ hesaplanır.

$m(\widehat{DEA}) = \beta$ denilirse,



$\tan(\alpha+\beta) = \frac{4}{2} = 2,\ \tan\beta = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha.\tan\beta}$

$2 = \frac{\tan\alpha + \frac{2}{3}}{1 - \tan\alpha.\frac{2}{3}}$

$\Rightarrow 2 = \frac{\frac{3.\tan\alpha + 2}{3}}{\frac{3 - 2.\tan\alpha}{3}}$

$\Rightarrow 2 = \frac{3.\tan\alpha + 2}{3 - 2.\tan\alpha}$

$\Rightarrow 6 - 4.\tan\alpha = 3.\tan\alpha + 2$

$\Rightarrow 4 = 7.\tan\alpha$

$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{4}{7}$ dir.

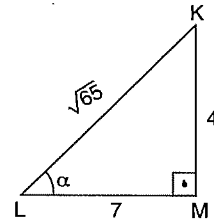
Bir açısının tanjantı $\frac{4}{7}$ olan dik üçgen çizilirse;

$|KL|^2 = |KM|^2 + |ML|^2$

$|KL|^2 = 4^2 + 7^2$

$|KL| = \sqrt{65}$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{65}} = \frac{4\sqrt{65}}{65}$ olur.



Yanıt D

ÖRNEK SORU 77

$\alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere,

$\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ve $\cos\beta = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, $\sin(\alpha+\beta)$ kaçtır?

A) $\frac{6+4\sqrt{5}}{15}$ B) $\frac{3+2\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{12}$

D) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{18}$ E) $\frac{6+\sqrt{2}}{8}$

Çözüm

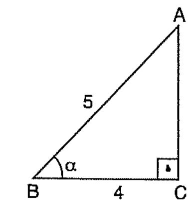
Bir açısının sinüsü $\frac{3}{5}$ olan dik üçgen çizilirse,

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$5^2 = 3^2 + |BC|^2$

$|BC| = 4$ br ve

$\cos\alpha = \frac{4}{5}$ olur.



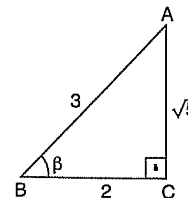
Bir açının kosünüsü $\frac{2}{3}$ olan dik üçgeni çizilirse,

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$3^2 = |AC|^2 + 2^2$

$|AC| = \sqrt{5}$ br ve

$\sin\beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ olur.



$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$

$= \frac{3}{5}.\frac{2}{3} + \frac{4}{5}.\frac{\sqrt{5}}{3}$

$= \frac{6}{15} + \frac{4\sqrt{5}}{15}$

$\sin(\alpha+\beta) = \frac{6+4\sqrt{5}}{15}$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 78

ABC üçgenin iç açılarının ölçüleri A, B, C dir.

$\tan A = \frac{4}{3}$, $\tan B = \frac{8}{15}$ olduğuna göre, $\tan C$ kaçtır?

A) $-\frac{32}{5}$ B) $-\frac{84}{13}$ C) $-\frac{27}{5}$ D) $-\frac{76}{13}$ E) $-\frac{69}{19}$

Çözüm

1. Yol:

$A + B + C = 180°$

$C = 180° - (A+B)$

$\tan C = \tan(180° - (A+B))$

$\tan C = -\tan(A+B)$

$\tan C = -\left[\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A.\tan B}\right]$

$\tan C = -\left[\frac{\frac{4}{3} + \frac{8}{15}}{1 - \frac{4}{3}.\frac{8}{15}}\right]$

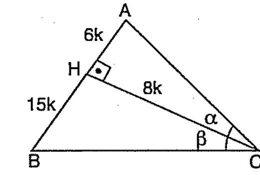
$\tan C = -\left[\frac{\frac{28}{15}}{\frac{13}{45}}\right]$

$\tan C = -\frac{28}{15}.\frac{45}{13}$

$\tan C = -\frac{84}{13}$ olur.

2. Yol:

ABC üçgeni çizilirse,



$\tan A = \frac{|HC|}{|AH|} = \frac{4}{3}$, $\tan B = \frac{|HC|}{|BH|} = \frac{8}{15}$

$\frac{|HC|}{|AH|} = \frac{4}{3} = \frac{8}{6}$ ve $\frac{|HC|}{|BH|} = \frac{8}{15}$

$m(\widehat{ACH}) = \alpha$ ve $m(\widehat{HCB}) = \beta$ olmak üzere,
$C = \alpha + \beta$ dır.

$\tan C = \tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha.\tan\beta}$

$= \frac{\frac{6}{8} + \frac{15}{8}}{1 - \frac{6}{8}.\frac{15}{8}} = \frac{\frac{21}{8}}{1 - \frac{90}{64}}$

$= \frac{\frac{21}{8}}{-\frac{26}{64}} = \frac{21}{8}.\frac{64}{-26}$

$\tan C = -\frac{84}{13}$ olur.

Yanıt B

YARIM AÇI FORMÜLLERİ

Yarım açı formülleri toplam fark formüllerinden yararlanılarak elde edilir.

$\sin 2a = \sin(a+a) = \sin a.\cos a + \cos a.\sin a$

$= 2\sin a \cos a$

$\boxed{\sin 2a = 2\sin a.\cos a}$

- $\cos 2a = \cos(a+a) = \cos a.\cos a - \sin a.\sin a$

  $= \cos^2 a - \sin^2 a$

$\boxed{\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a}$ ....(1)

- $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ eşitliğinden $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a$ eşitliği elde edilir ve (1) deki denklemde yerine yazılırsa,

$$\cos 2a = (1 - \sin^2 a) - \sin^2 a$$

$$\boxed{\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a}$$ olur.

- $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ eşitliğinden $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$ eşitliği elde edilir ve (1) deki denklemde yerine yazılırsa,

$$\cos 2a = \cos^2 a - (1 - \cos^2 a)$$

$$\boxed{\cos 2a = 2\cos^2 a - 1}$$

- $\tan 2a = \tan(a+a) = \dfrac{\tan a + \tan a}{1 - \tan a . \tan a}$

$$= \frac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$\boxed{\tan 2a = \frac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}}$$

- $\cot 2a = \cot(a+a) = \dfrac{\cot a . \cot a - 1}{\cot a + \cot a}$

$$= \frac{\cot^2 a - 1}{2\cot a}$$

$$\boxed{\cot 2a = \frac{\cot^2 a - 1}{2\cot a}}$$

ÖRNEK SORU 79

4.sin 15°.cos 15° ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C) 1 D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

Çözüm

Yarım açı formülü kullanılırsa,

$4.\sin 15°.\cos 15° = 2.(2.\sin 15°.\cos 15°)$

$= 2.\sin 30°$

$= 2.\frac{1}{2} = 1$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 80

$\dfrac{\sin 54°}{\sin 18°} - \dfrac{\cos 54°}{\cos 18°}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Çözüm

Paydalar eşitlenirse,

$$\underset{(\cos 18°)}{\frac{\sin 54°}{\sin 18°}} - \underset{(\sin 18°)}{\frac{\cos 54°}{\cos 18°}} = \frac{\sin 54°.\cos 18° - \cos 54°.\sin 18°}{\sin 18°.\cos 18°}$$

$$= \frac{\sin(54° - 18°)}{\sin 18° . \cos 18°}$$

$$= \frac{2\sin 36°}{2.\sin 18°.\cos 18°} = \frac{2\sin 36°}{\sin 36°} = 2 \text{ olur.}$$

Yanıt D

ÖRNEK SORU 81

tan 20° = a olduğuna göre,

sin 10°. cos 10°. cos 20°. cos 40°. cos 80° ifadesinin a cinsinden değeri nedir?

A) $\frac{a\sqrt{a^2+1}}{5(a^2+1)}$ B) $\frac{a\sqrt{a^2+1}}{16(a^2+1)}$ C) $\frac{\sqrt{a^2+1}}{a^2+1}$

D) $\frac{a\sqrt{a^2-1}}{8(a^2-1)}$ E) $\frac{a\sqrt{a^2+1}}{12(a^2+1)}$

Çözüm

İfade 2 ile çarpılır, 2 ile bölünürse,

$$\frac{\overbrace{2.\sin 10°.\cos 10°}^{\sin 20°}.\cos 20°.\cos 40°.\cos 80°}{2}$$

$$= \frac{\sin 20°.\cos 20°.\cos 40°.\cos 80°}{2} \quad \text{(pay ve payda 2 ile çarpılırsa)}$$

$$= \frac{\overbrace{2.\sin 20°.\cos 20°}^{\sin 40°}.\cos 40°.\cos 80°}{4}$$

$$= \frac{\sin 40°.\cos 40°.\cos 80°}{4} \quad \text{(pay ve payda 2 ile çarpılırsa)}$$

$$= \frac{\overbrace{2.\sin 40°.\cos 40°}^{\sin 80°}.\cos 80°}{8}$$

$$= \frac{\sin 80°.\cos 80°}{8} \quad \text{(pay ve payda 2 ile çarpılırsa)}$$

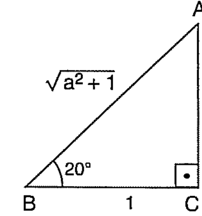
$$= \frac{2\sin 80°.\cos 80°}{16} = \frac{\sin 160°}{16} = \frac{\sin 20°}{16}$$

tan 20° = a ise buna uygun dik üçgen çizilirse,

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$|AB|^2 = a^2 + 1^2$

$|AB| = \sqrt{a^2+1}$



$\sin 20° = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}$ dir.

$$\Rightarrow \frac{\sin 20°}{16} = \frac{\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}}{16} = \frac{a}{16\sqrt{a^2+1}} = \frac{a\sqrt{a^2+1}}{16(a^2+1)} \text{ olur.}$$

Yanıt B

ÖRNEK SORU 82

$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ olmak üzere, $\tan x = \frac{3}{4}$ olduğuna göre, $\cos \frac{x}{2}$ nin değeri kaçtır?

A) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B) $\frac{2\sqrt{10}}{10}$ C) $\frac{3\sqrt{15}}{15}$

D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Çözüm

1. Yol:

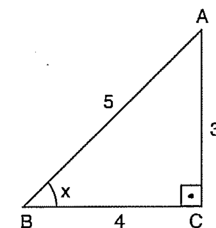
Yarım açı formülünden;

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ denkleminde x yerine $\frac{x}{2}$ yazılırsa,

$\Rightarrow \cos 2\frac{x}{2} = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1$

$\Rightarrow \cos x = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1$ elde edilir........(1)

Bir dar açısının tanjantı $\frac{3}{4}$ olan dik üçgen çizilirse,



$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$|AB|^2 = 3^2 + 4^2$

$|AB| = 5$

$\cos x = \frac{4}{5}$ olur.

(1) deki denklemden;

$\cos x = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1$

$\Rightarrow \frac{4}{5} = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1$

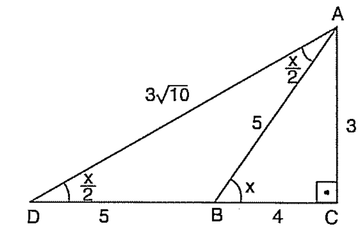
$\Rightarrow \frac{9}{5} = 2\cos^2\frac{x}{2}$

$\Rightarrow \cos^2\frac{x}{2} = \frac{9}{10}$

$\Rightarrow \cos\frac{x}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ dur.

2. Yol:

Bir dar açısının tanjantı $\frac{3}{4}$ olan üçgen çizilirse,



$|BD| = |AB| = 5$ olacak şekilde [BD] çizilirse;

$|AB| = |DB| \Rightarrow m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{ADC}) = \frac{x}{2}$ dir.

(iki iç açının toplamı komşu olmayan dış açıya eşittir)

DAC dik üçgeninde;

$|AD|^2 = |AC|^2 + |DC|^2$

$|AD|^2 = 3^2 + 9^2$

$|AD|^2 = 9 + 81 = 90$

$|AD| = 3\sqrt{10}$

ADC üçgeninde;

$\cos\frac{x}{2} = \frac{9}{3\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 83

sin x = m olduğuna göre, sin 3x in m cinsinden değeri nedir?

A) $2m - m^3$ B) $m^2 - m^3$ C) $2m^2 + m^3$

D) $3m - 4m^3$ E) $2m^3 + 3m^2$

Çözüm

$\sin 3x = \sin(2x + x) = \sin 2x. \cos x + \cos 2x . \sin x$

$= (2\sin x \cos x) . \cos x + (1 - 2\sin^2 x) .\sin x$

$= 2\sin x \cos^2 x + \sin x - 2\sin^3 x$

$= 2\sin x(1 - \sin^2 x) + \sin x - 2\sin^3 x$

$= 2m(1 - m^2) + m - 2m^3$ (sin x = m olduğundan)

$= 2m - 2m^3 + m - 2m^3$

$= 3m - 4m^3$ olur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 84

sin 55° = m olduğuna göre, sin 20° nin m cinsinden değeri nedir?

A) $m^2 + 1$ B) $m^2 - 1$ C) $2m^2 - 1$ D) $2m^2 + 1$ E) $m^2 + 2$

Çözüm

sin 55° = cos 35° = m dir.

sin 20° = cos 70° = cos (2. 35°) = 2 cos² 35° – 1

sin 20° = 2m² – 1 olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 85

$\sqrt{\dfrac{1-\cos 66°}{2}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) sin 66° B) cos 66° C) sin 33° D) cos 33° E) tan 33°

Çözüm

$$\sqrt{\frac{1-\cos 66°}{2}} = \sqrt{\frac{1-(2-\sin^2 33°)}{2}} = \sqrt{\frac{1-1+2\sin^2 33°}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\sin^2 33°}{2}} = \sqrt{\sin^2 33°} = \sin 33° \text{ olur.}$$

Yanıt C

ÖRNEK SORU 86

sin 40° = m olduğuna göre, sin 155° nin m cinsinden değeri nedir?

A) $\dfrac{\sqrt{1-m}}{2}$ B) $\dfrac{\sqrt{m+1}}{2}$ C) $\sqrt{\dfrac{1-m}{2}}$ D) $\dfrac{\sqrt{2m+1}}{2}$ E) $\dfrac{\sqrt{m}+1}{2}$

Çözüm

sin 40° = cos 50° dir.

sin 155° = sin (180° – 25°) = sin 25° dir. Buna göre;

cos 50° = 1 – 2 sin² 25°

m = 1 – 2 sin² 25°

$\sin^2 25° = \dfrac{1-m}{2}$

$\sin 25° = \sqrt{\dfrac{1-m}{2}}$

$\sin 155° = \sqrt{\dfrac{1-m}{2}}$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 87

$\dfrac{\sin 8°.\sin 26°.\sin 58°.\sin 74°.\sin 82°}{\sin 128°}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

Çözüm

sin 26° = cos 64°

sin 58° = cos 32°

sin 74° = cos 16°

sin 82° = cos 8° değerleri verilen ifade de yerine yazılırsa,

$$\frac{\sin 8°.\cos 64°.\cos 32°.\cos 16°.\cos 8°}{\sin 128°}$$

$$= \frac{\sin 8°.\cos 8°.\cos 16°.\cos 32°.\cos 64°}{\sin 128°}$$ (pay ve payda 2 ile çarpılırsa)

$$= \frac{\overbrace{2\sin 8°.\cos 8°}^{\sin 16°}.\cos 16°.\cos 32°.\cos 64°}{2\sin 128°}$$

$$= \frac{\sin 16°.\cos 16°.\cos 32°.\cos 64°}{2\sin 128°}$$ (pay ve payda 2 ile çarpılırsa.)

$$= \frac{\overbrace{2\sin 16°.\cos 16°}^{\sin 32°}.\cos 32°.\cos 64°}{4\sin 128°}$$

$$= \frac{\sin 32°.\cos 32°.\cos 64°}{4\sin 128°}$$ (pay ve payda 2 ile çarpılırsa)

$$= \frac{\overbrace{2\sin 32°.\cos 32°}^{\sin 64°}.\cos 64°}{8\sin 128°}$$

$$= \frac{\sin 64°.\cos 64°}{8\sin 128°}$$ (pay ve payda 2 ile çarpılırsa)

$$= \frac{2\sin 64°.\cos 64°}{16\sin 128°} = \frac{\sin 128°}{16.\sin 128°} = \frac{1}{16} \text{ olur.}$$

Yanıt A

SINIF SORULARI

1. sin 75° ifadesinin eşiti kaçtır?

ÇÖZÜM:

2. tan 15° ifadesinin eşiti kaçtır?

ÇÖZÜM:

3. sin 42°.cos 48° + cos 42°. sin 48° işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

4. cos 32°.cos 58° – sin 32°.sin 58° işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

5. $\dfrac{\sin 10°.\cos 40° + \cos 10°.\sin 40°}{\cos 12°.\cos 28° - \sin 12°.\cos 62°}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

ÇÖZÜM:

6. $\dfrac{\cot 25°.\cot 20° - 1}{\cot 25° + \cot 20°}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

ÇÖZÜM:

7. 5.sin(x – 45°) = cos(x – 45°) olduğuna göre, tanx kaçtır?

ÇÖZÜM:

8. $a + b = \dfrac{\pi}{2}$ ve $\cos a = \dfrac{1}{3}$ olduğuna göre, cot(3a + 2b) ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

9 x ve y dar açılar olmak üzere,

$\tan x = 3$ ve $\tan(x-y) = \frac{3}{4}$ olduğuna göre, tan y kaçtır?

ÇÖZÜM:

10 $\frac{\pi}{2} < x+y < \pi$ olmak üzere, $\tan x + \tan y = 1$ ve

$\cos x . \cos y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

11 ABC üçgeninde,

[AC] ⊥ [BH]

|AB| = 5 br

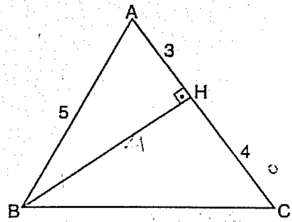
|AH| = 3 br

|HC| = 4 br

$m(\widehat{ABC}) = \alpha$

olduğuna göre,

sin α kaçtır?



ÇÖZÜM:

12 ABCD dikdörtgeninde,

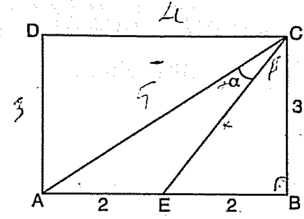
|AE| = |EB| = 2 br

|BC| = 3 br

$m(\widehat{ACE}) = \alpha$

olduğuna göre,

tan α kaçtır?



ÇÖZÜM: $\tan(\alpha+\beta) = \frac{4}{3}$

$\frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} = \frac{4}{3}$

$9a + 6 = 12 - 8a$

$17a = 6$

$a = \frac{6}{17}$

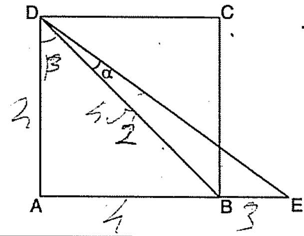
13 ABCD karesinde,

4|BE| = 3|AB|

$m(\widehat{BDE}) = \alpha$

olduğuna göre,

tan α kaçtır?



ÇÖZÜM: $\tan(\alpha+\beta) = \frac{7}{4}$

$\frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta} = \frac{7}{4}$

$\frac{a+1}{1-a} = \frac{7}{4}$

$4a + 4 = 7 - 7a$

$11a = 3$

$a = \frac{3}{11}$

14 ABCD dikdörtgeninde,

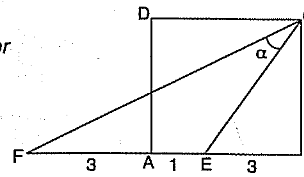
|FA| = |BC| = |BE| = 3 br

|AE| = 1 br

F, A, E, B noktaları doğrusal,

$m(\widehat{FCE}) = \alpha$

olduğuna göre, tan α kaçtır?



ÇÖZÜM:

15 ABCD karesinde,

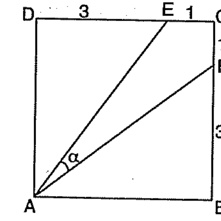
|FB| = |DE| = 3 br

|EC| = |CF| = 1 br

$m(\widehat{EAF}) = \alpha$

olduğuna göre,

cot α kaçtır?



ÇÖZÜM:

16 ABC dik üçgeninde,

[AB] ⊥ [BC]

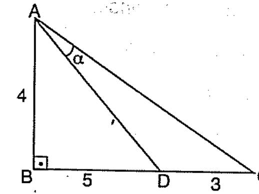
|AB| = 4 br

|BD| = 5 br

|DC| = 3 br

$m(\widehat{DAC}) = \alpha$

olduğuna göre, tan α kaçtır?



ÇÖZÜM:

17 ABCD dikdörtgeninde,

|FB| = |EC| = 2 br

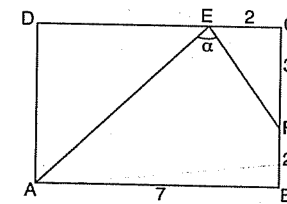
|FC| = 3 br

|AB| = 7 br

$m(\widehat{AEF}) = \alpha$

olduğuna göre,

cot α kaçtır?



ÇÖZÜM:

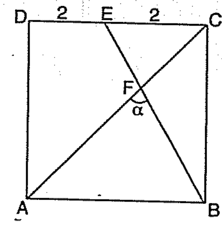
18 ABCD karesinde,

|DE| = |EC| = 2 br

$m(\widehat{AFB}) = \alpha$

olduğuna göre,

sin α kaçtır?



ÇÖZÜM:

19 ABCD karesinde,

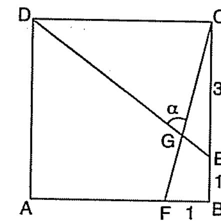
|EB| = |FB| = 1 br

|CE| = 3 br

$m(\widehat{DGC}) = \alpha$

olduğuna göre,

cos α kaçtır?



ÇÖZÜM:

20 ABC eşkenar üçgeninde,

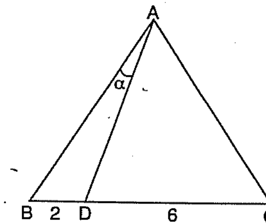
|BD| = 2 br

|DC| = 6 br

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$

olduğuna göre,

tan α kaçtır?



ÇÖZÜM:

21 ABC ikizkenar üçgen,

$|AB| = |AC| = 4$ br

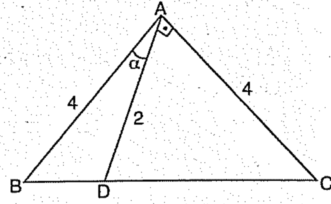
$|AD| = 2$ br

$m(\widehat{BAD}) = \alpha$

$[AD] \perp [AC]$

olduğuna göre,

$\tan \alpha$ kaçtır?



ÇÖZÜM:

22 $\dfrac{\sin 20°.\sin 70°}{\sin 40°}$ ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

23 $\sin 17° = x$ ve $\cos 17° = y$ olduğuna göre, $\cos 56°$ nin x ve y cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

24 $\dfrac{\sin 21°}{\sin 7°} - \dfrac{\cos 21°}{\cos 7°}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

ÇÖZÜM:

25 $\dfrac{1}{\sin 10°} - \dfrac{\sqrt{3}}{\cos 10°}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

26 $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ ve $\sin x = \dfrac{2}{5}$ olduğuna göre, $\cos 2x$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

27 $\sin x - \cos x = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ olduğuna göre, $\cos 2x$ kaç olabilir?

ÇÖZÜM:

28 $\sin x + \cos x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ olduğuna göre, $\sin^3 x + \cos^3 x$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

29 $\cos 10° = x$ olduğuna göre, $\sin 20°.\sin 70°.\cos 40°$ çarpımının x türünden eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

30 $\sin 10° = n$ olduğuna göre, $\sin 70°$ nin n türünden eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

31 $\dfrac{8\sin 10° . \cos 10° . \cos 20°}{\sin 40°}$ ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

32 $\cos 20°.\cos 40°.\cos 80°$ ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

33 $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$ ve $\dfrac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x + \cos 2x} = \dfrac{4}{3}$ olduğuna göre, $\tan 2x$ kaçtır?

ÇÖZÜM:

34 $\dfrac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x}$ ifadesinin en sade şekli nedir?

ÇÖZÜM:

35 $\sin 13° = x$ olduğuna göre,

$\dfrac{\sin 193° . \cos 13° + 3 . \sin 154°}{\cos 347°}$ ifadesinin x cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

36 $\sin\frac{5\pi}{6}\left(\sin^2\frac{5\pi}{12}-\cos^2\frac{5\pi}{12}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

37 $2.\cos^2 105° = x$ olduğuna göre, $(x-1).4\sqrt{3}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

ÇÖZÜM:

38 $4.\sin 5°.\cos 5°.\cos 10° = x$ olduğuna göre, sin 50° nin x cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

39 $\frac{1}{\cot 5°}\cdot\frac{\cos 20° + 2.\cos 10° + 1}{\sin 20°}$ ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

40 $\frac{\cos 50°}{16\sin 5°.\cos 5°.\cos 10°.\cos 20°}$ ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

41 $\sin^2\frac{\pi}{8}+\frac{\sqrt{2}}{4}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

ÇÖZÜM:

42 O merkezli çemberde,

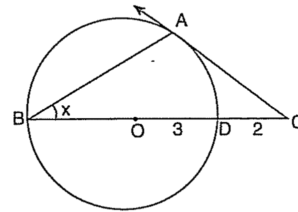
|OD| = 3 br

|DC| = 2 br

[CA, A noktasında çembere teğet ve

$m(\widehat{ABC}) = x$

olduğuna göre, tan x kaçtır?



ÇÖZÜM:

DERS NOTLARI

$\cos(15) = (45-30) = \cos 45.\cos 30 + \sin 45.\sin 30$

$\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\frac{2\sin 20.\cos 20.\cos 40.\cos 80 = ?}{2\sin 20}$

$\cos^4 75 - \sin^4 75 = ?$

$(\underbrace{\cos^2 75+\sin^2 75}_{1})(\underbrace{\cos^2 75-\sin^2 75}_{150}) = \cos 150 = \cos(180-30) = -\cos 30$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x \in (2\pi, 3\pi)$ $\sqrt{1-\cos x}$

DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ

a ve b ∈ R olmak üzere,

1. $\sin a + \sin b = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$
2. $\sin a - \sin b = 2\sin\left(\frac{a-b}{2}\right).\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$
3. $\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$
4. $\cos a - \cos b = -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right).\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$

1. $\sin a + \sin b = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

İspat:

$$\begin{aligned} &\sin(x+y) = \sin x.\cos y + \cos x.\sin y \\ +\ &\sin(x-y) = \sin x.\cos y - \cos x.\sin y \\ \hline &\sin(x+y) + \sin(x-y) = 2\sin x.\cos y \text{ dir......... (1)} \end{aligned}$$

$x + y = a$ ve $x - y = b$ olsun.

$$\begin{aligned} &x + y = a \\ +\ &x - y = b \\ \hline &x = \frac{a+b}{2},\quad y = \frac{a-b}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Bu değerler (1) deki denklemde yerine yazılırsa,

$\sin a + \sin b = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$ olur.

2. $\sin a - \sin b = 2\sin\left(\frac{a-b}{2}\right).\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$

İspat:

$$\begin{aligned} &\sin(x+y) = \sin x.\cos y + \cos x.\sin y \\ -\ &-/\sin(x-y) = \mp\sin x.\cos y \pm \cos x.\sin y \\ \hline &\sin(x+y) - \sin(x-y) = 2\cos x.\sin y \text{.....(2)} \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} x + y &= a \\ x - y &= b \end{aligned}\right\} \quad x = \frac{a+b}{2},\quad y = \frac{a-b}{2}$$

Bu değerler (2) deki denklemde yerine yazılırsa,

$\sin a - \sin b = 2\sin\left(\frac{a-b}{2}\right).\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$ olur.

3. $\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

İspat:

$$\begin{aligned} &\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ +\ &\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y \\ \hline &\cos(x+y) + \cos(x-y) = 2\cos x \cos y \text{......... (3)} \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} x + y &= a \\ x - y &= b \end{aligned}\right\} \quad x = \frac{a+b}{2},\quad y = \frac{a-b}{2}$$

Bu değerler (3) deki denklemde yerine yazılırsa,

$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right).\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$ olur.

4. $\cos a - \cos b = -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right).\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$

İspat:

$$\begin{aligned} &\cos(x+y) = \cos x.\cos y - \sin x.\sin y \\ -\ &-/\cos(x-y) = \mp\cos x.\cos y \mp \sin x.\sin y \\ \hline &\cos(x+y) - \cos(x-y) = -2\sin x.\sin y \text{..... (4)} \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} x + y &= a \\ x - y &= b \end{aligned}\right\} \quad x = \frac{a+b}{2},\quad y = \frac{a-b}{2}$$

Bu değerler (4) deki denklemde yerine yazılırsa,

$\cos a - \cos b = -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$ olur.

ÖRNEK SORU 88

sin 40° + sin 20° – cos 10° işleminin sonucu kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Çözüm

$\underbrace{\sin 40° + \sin 20°} - \cos 10°$

$= 2\sin\left(\frac{40+20}{2}\right).\cos\left(\frac{40-20}{2}\right) - \cos 10°$

$= 2\sin 30°.\cos 10° - \cos 10°$

$= 2\frac{1}{2}\cos 10° - \cos 10°$

$= \cos 10° - \cos 10° = 0$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 89

$\sin 70° + \sin 40° + \sin 10°$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{3}\sin 40°$ B) $(\sqrt{3}-1)\sin 40°$ C) $(\sqrt{3}+1)\sin 40°$ D) $\sqrt{3}\cos 40°$ E) 1

Çözüm

$\underbrace{\sin 70° + \sin 10°} + \sin 40°$

$= 2\sin\left(\frac{70°+10°}{2}\right).\cos\left(\frac{70°-10°}{2}\right) + \sin 40°$

$= 2\sin 40° \cos 30° + \sin 40°$

$= \sin 40° (2\cos 30° + 1)$

$= \sin 40°\left(2.\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)$

$= (\sqrt{3}+1).\sin 40°$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 90

$\frac{\sin 11x + \sin 8x + \sin 5x}{\cos 11x + \cos 8x + \cos 5x}$ işleminin sonucu nedir?

A) $\sin 8x$ B) $\cos 8x$ C) $\cot 8x$ D) $\tan 8x$ E) $\frac{1}{2}$

Çözüm

$\frac{\sin 11x + \sin 5x + \sin 8x}{\cos 11x + \cos 5x + \cos 8x}$

$= \frac{2\sin\left(\frac{11x+5x}{2}\right)\cos\left(\frac{11x-5x}{2}\right) + \sin 8x}{2\cos\left(\frac{11x+5x}{2}\right)\cos\left(\frac{11x-5x}{2}\right) + \cos 8x}$

$= \frac{2\sin 8x.\cos 3x + \sin 8x}{2\cos 8x.\cos 3x + \cos 8x}$

$= \frac{\sin 8x(2\cos 3x+1)}{\cos 8x(2\cos 3x+1)} = \frac{\sin 8x}{\cos 8x} = \tan 8x$ olur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 91

$\pi = 8x$ olmak üzere,

$\frac{\cos 13x + \cos 3x}{\sin 7x - \sin 3x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\sqrt{2}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

Çözüm

Pay ve paydaya dönüşüm formülleri uygulanırsa,

$\frac{\cos 13x + \cos 3x}{\sin 7x - \sin 3x} = \frac{2\cos\left(\frac{13x+3x}{2}\right).\cos\left(\frac{13x-3x}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{7x-3x}{2}\right).\cos\left(\frac{7x+3x}{2}\right)}$

$= \frac{2\cos 8x.\cos 5x}{2\sin 2x.\cos 5x}$

$= \frac{\cos 8x}{\sin 2x}$

$\cos 8x = \cos\pi = -1$ ve

$\sin 2x = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ olduğundan

$\frac{\cos 8x}{\sin 2x} = \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 92

$a + b = 120°$ olmak üzere,

$\frac{\cos a - \cos b}{\sin a - \sin b}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\sqrt{3}$ E) -2

Çözüm

Pay ve paydaya dönüşüm formülleri uygulanırsa,

$\frac{\cos a - \cos b}{\sin a - \sin b} = \frac{-2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{a-b}{2}\right).\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)} = -\frac{\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)}{\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)}$

$= -\frac{\sin 60°}{\cos 60°} = -\tan 60° = -\sqrt{3}$ olur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 93

$\frac{\cos 9x + \cos 5x}{\sin 9x - \sin 5x}$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $\cot 2x$ B) $\tan 2x$ C) $\cos 2x$ D) $\sin 2x$ E) $\tan x$

Çözüm

Pay ve paydaya dönüşüm formülleri uygulanırsa,

$\frac{\cos 9x + \cos 5x}{\sin 9x - \sin 5x} = \frac{2\cos\left(\frac{9x+5x}{2}\right).\cos\left(\frac{9x-5x}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{9x-5x}{2}\right).\cos\left(\frac{9x+5x}{2}\right)}$

$= \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \cot 2x$ olur.

Yanıt A

TERS DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ

$a, b \in R$ olmak üzere,

1. $\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$
2. $\sin a.\sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$
3. $\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

1. $\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

İspat:

$\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$

$+\ \cos(a-b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b$

$\cos(a+b) = \cos(a-b) = 2\cos a.\cos b$

$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$ dir.

2. $\sin a.\sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$

İspat:

$\cos(a+b) = \cos a.\cos b - \sin a.\sin b$

$-\ -\cos(a-b) = \mp\cos a.\cos b \mp \sin a.\sin b$

$\cos(a+b) - \cos(a-b) = -2\sin a.\sin b$

$\sin a.\sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$ dir.

3. $\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

İspat:

$\sin(a+b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$

$+\ \sin(a-b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$

$\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2\sin a.\cos b$

$\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$

ÖRNEK SORU 94

$M = \sin 10°.\sin 30°.\sin 50°.\sin 70°$ olduğuna göre, M nin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{1}{32}$

Çözüm

$M = \sin 10°.\sin 30°.\sin 50°.\sin 70°$

$= -\frac{1}{2}[\cos(70°+10°) - \cos(70°-10°)].\underbrace{\sin 30°}_{\frac{1}{2}}\sin 50°$

$= -\frac{1}{4}[\cos 80° - \cos 60°].\sin 50°$

$= -\frac{1}{4}.[\cos 80°.\sin 50° - \cos 60°.\sin 50°]$

$= -\frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}[\sin(80°+50°) - \sin(80°-50°)] - \frac{1}{2}.\sin 50°\right]$

$= -\frac{1}{8}[\sin 130° - \sin 30°] + \frac{1}{8}\sin 50°$

$= -\frac{1}{8}\sin 50° + \frac{1}{8}\sin 30° + \frac{1}{8}\sin 50°$

$= \frac{1}{8}\sin 30° = \frac{1}{8}.\frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

$M = \frac{1}{16}$ olur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 95

$A = \cos 10°.\cos 50°.\cos 70°$ olduğuna göre, A nın değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

Çözüm

$A = \cos 10°.\cos 50°.\cos 70°$

$A = \frac{1}{2}[\cos(10°+50°) + \cos(50°-10°)].\cos 70°$

$= \frac{1}{2}[\cos 60° + \cos 40°].\cos 70°$

$= \frac{1}{2}[\cos 60°.\cos 70° + \cos 40°.\cos 70°]$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}.\cos 70° + \frac{1}{2}[\cos(70°+40°) + \cos(70°-40°)]\right]$

$= \frac{1}{4}\cos 70° + \frac{1}{4}\cos 110° + \frac{1}{4}\cos 30°$

$= \frac{1}{4}\cos 70° - \frac{1}{4}\cos 70° + \frac{1}{4}.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{8}$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 96

$10a = \pi$ olduğuna göre,

$\frac{\cos 5a + \cos a}{\cos 7a.\cos 2a}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) -2

Çözüm

Pay kısmındaki ifadeye dönüşüm formülü uygulanırsa,

$\frac{\cos 5a + \cos a}{\cos 7a.\cos 2a} = \frac{2.\cos 3a.\cos 2a}{\cos 7a.\cos 2a}$

$= 2.\frac{\cos 3a}{\cos 7a} = 2.\frac{\cos 3a}{-\cos 3a} = -2$ olur.

($10a = \pi$ ise $\cos 7a = -\cos 3a$ dır.)

Yanıt E

ÖRNEK SORU 97

$\cos\frac{11\pi}{12}.\cos\frac{5\pi}{12}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) 0 E) $\frac{1}{3}$

Çözüm

Ters dönüşüm formülü kullanılırsa,

$\cos\frac{11\pi}{2}.\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{11\pi}{12}+\frac{5\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}\right)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\cos\frac{16\pi}{12} + \cos\frac{6\pi}{12}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\cos\frac{4\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{2}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{2} + 0\right]$

$= -\frac{1}{4}$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 98

$\sin 15° + \cos 15°$ toplamının değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) 1

Çözüm

Dönüşüm formülü uygulanırsa, ($\sin 15° = \cos 75°$)

$\sin 15° + \cos 15° = \cos 75° + \cos 15°$

$= 2\cos\left(\frac{75+15}{2}\right).\cos\left(\frac{75-15}{2}\right)$

$= 2(\cos 45 . \cos 30)$

$= 2.\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{6}}{2}$ olur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 99

$\frac{\cos 10°}{2} + \cos 200°.\cos 10°$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $-\sqrt{3}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

Çözüm

$\frac{\cos 10°}{2} + \cos 200°.\cos 10°$

ters dönüşüm formülünden

$= \frac{\cos 10°}{2} + \frac{1}{2}[\cos(200°+10°) + \cos(200°-10°)]$

$= \frac{\cos 10°}{2} + \frac{1}{2}[\cos 210° + \cos 190°]$

$= \frac{\cos 10°}{2} + \frac{1}{2}[-\cos 30° - \cos 10°]$

$= \frac{\cos 10°}{2} + \frac{1}{2}\left[-\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos 10°\right]$

$= \frac{\cos 10°}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\cos 10°}{2}$

$= -\frac{\sqrt{3}}{4}$ olur.

Yanıt E

Örnek:

Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri A, B ve C olmak üzere,

$\sin A + \sin B + \sin C = 4\cos\frac{A}{2}.\cos\frac{B}{2}.\cos\frac{C}{2}$

olduğunu ispatlayınız.

İSPAT:

$\sin A + \sin B = 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right).\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$ dir. ....(1)

$A + B + C = \pi \Rightarrow \frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$

$\Rightarrow \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right)$

$\Rightarrow \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\frac{C}{2}$

$\sin\frac{C}{2} = \cos\left(\frac{A+B}{2}\right)$ dir. ....(2)

$\sin C = 2\sin\frac{C}{2}.\cos\frac{C}{2}$ dir. ....(3)

$\sin A + \sin B + \sin C = 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right).\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) + 2\sin\frac{C}{2}.\cos\frac{C}{2}$

$= 2\cos\frac{C}{2}.\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) + 2\sin\frac{C}{2}.\cos\frac{C}{2}$

$= 2\cos\frac{C}{2}\left[\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) + \sin\frac{C}{2}\right]$

$= 2\cos\frac{C}{2}\left[\cos\left(\frac{A-B}{2}\right) + \cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\right]$

$= 2\cos\frac{C}{2}\left[2\cos\left(\frac{\frac{A-B}{2}+\frac{A+B}{2}}{2}\right).\cos\left(\frac{\frac{A-B}{2}-\frac{A+B}{2}}{2}\right)\right]$

$= 2\cos\frac{C}{2}\left[2.\cos\frac{A}{2}.\cos\left(-\frac{B}{2}\right)\right]$

$= 4\cos\frac{A}{2}.\cos\frac{B}{2}.\cos\frac{C}{2}$ olur.

ÖRNEK SORU 100

$\frac{\sin 70°.\sin 85° - \cos 15°.\sin 80°}{\cos^2 85°}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos 10°$ B) $\cos 5°$ C) $2.\cos 5°$ D) $-2.\cos 10°$ E) $-2.\cos 5°$

Çözüm

$\frac{\sin 70°.\sin 85° - \cos 15°.\sin 80°}{\cos^2 85°}$

$= \frac{\cos 20°.\cos 5° - \cos 15°.\cos 10°}{\sin^2 5°}$

paya ters dönüşüm uygulanırsa,

$= \frac{\frac{1}{2}[\cos(20°+5°)+\cos(20°-5°)] - \frac{1}{2}[\cos(15°+10°)+\cos(15°-10°)]}{\sin^2 5°}$

$= \frac{\frac{1}{2}\cos 25° + \frac{1}{2}\cos 15° - \frac{1}{2}\cos 25° - \frac{1}{2}\cos 5°}{\sin^2 5°}$

$= \frac{1}{2}\frac{\cos 15° - \cos 5°}{\sin^2 5°}$ dönüşüm formülünden

$= \frac{1}{2}.\frac{-2\sin\left(\frac{15°+5°}{2}\right).\sin\left(\frac{15°-5°}{2}\right)}{\sin^2 5°}$

$= \frac{1}{2}\frac{-2.\sin 10°.\sin 5°}{\sin^2 5°}$

$= \frac{-\sin 10°}{\sin 5°} = \frac{-2.\sin 5°.\cos 5°}{\sin 5°} = -2.\cos 5°$ olur.

Yanıt E

1 $\sin 75° - \sin 15°$ farkının sayısal değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

2 $\dfrac{\sin 15° - \cos 15°}{\sin 15° + \cos 15°}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

3 $\cos 10x + \cos 2x$ toplamının değeri nedir?

ÇÖZÜM:

4 $x = \dfrac{\pi}{16}$ olmak üzere,

$\dfrac{\sin 4x + \sin 2x}{\cos 5x . \sin 7x}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

5 $26x = \pi$ olduğuna göre,

$\dfrac{\sin 10x + \sin 4x}{\cos 9x + \cos 3x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

6 $7x = \dfrac{\pi}{2}$ olduğuna göre, $\dfrac{\cos 6x + \cos 2x}{\sin 5x . \sin 3x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

7 $\sin 8° . \cos 8° = \dfrac{x}{2}$ olduğuna göre, $\sin^2 23° - \sin^2 7°$ ifadesinin x cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

8 $\dfrac{\sin 9x + \sin x}{\sin 10x} : \dfrac{\cos 4x}{\cos 5x}$ işleminin sonucu nedir?

ÇÖZÜM:

9 $\sin 70° = x$ olduğuna göre, $\sin^2 80° - \sin^2 10°$ ifadesinin x cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

10 $\dfrac{1}{\cos 105°} + \dfrac{1}{\sin 105°}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

11 $x + y = 60°$ olduğuna göre,

$\dfrac{\sin(x-y)}{\cos^2 x - \cos^2 y}$ oranı kaçtır?

ÇÖZÜM:

12 $x + y = 120°$ olduğuna göre,

$\dfrac{\sin x - \sin y}{\cos x - \cos y}$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

13 $\dfrac{\sin^2 40° - \cos^2 80°}{\sin 50°}$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

14 $\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 20°} - \dfrac{1}{\cos 20°}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

15 $\dfrac{\sin 3a + \sin 2a + \sin a}{\cos 3a + \cos 2a + \cos a}$ işleminin sonucu nedir?

ÇÖZÜM:

16 $13x = \pi$ olmak üzere,

$\dfrac{\cos x \cdot \cos 10x}{\cos 4x + \cos 2x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

17 $\sin 105° \cdot \sin 15°$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

18 $\dfrac{1}{\sin 40°} - 4 \cdot \sin 80°$ ifadesinin değeri nedir?

ÇÖZÜM:

19 $\dfrac{4\sin 50° \cdot \cos 20° - 1}{2\sin 70°}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

20 $\cos 71° = x$ olduğuna göre, $\cos 64° \cdot \cos 26°$ nın x cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

21 $\cot 20° = x$ olduğuna göre,

$\dfrac{\sqrt{3}}{\cos 20°} - 4 \cdot \cos 50°$ ifadesinin x cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

22 $8 \cdot \cos 10° \cdot \cos 20° \cdot \cos 40°$ ifadesinin değeri nedir?

ÇÖZÜM:

23 $\dfrac{6 \cdot \sin 35° \cdot \cos 145°}{\sin 250°}$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM:

24 $\dfrac{\sin 6x \cdot \sin 2x + \cos 7x \cdot \cos x}{\cos 5x}$ işleminin sonucu nedir?

ÇÖZÜM:

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Bir fonksiyonun tersinin olabilmesi için o fonksiyonun birebir ve örten olması gerekir. Trigonometrik fonksiyonlar birebir değildir. Ancak trigonometrik fonksiyonların tanım kümelerinin uygun alt kümeleri seçilerek, birebir ve örten olmaları sağlanır.

$f:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\to[-1,1]$, $f(x)=\sin x$ fonksiyonu birebir ve örtendir.

$f(x)=\sin x \Leftrightarrow f^{-1}(x)=(\sin x)^{-1}=\arcsin x$

$y=\sin x \Leftrightarrow x=\arcsin y$

$f:[0,\pi]\to[-1,1]$, $f(x)=\cos x$ fonksiyonu birebir ve örtendir.

$f(x)=\cos x \Leftrightarrow f^{-1}(x)=(\cos x)^{-1}=\arccos x$

$y=\cos x \Leftrightarrow x=\arccos y$

$f:\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\to R$, $f(x)=\tan x$ fonksiyonu birebir ve örtendir.

$f(x)=\tan x \Leftrightarrow f^{-1}(x)=(\tan x)^{-1}=\arctan x$

$y=\tan x \Leftrightarrow x=\arctan y$

$f:(0,\pi)\to R$, $f(x)=\cot x$ fonksiyonu birebir ve örtendir.

$f(x)=\cot x \Leftrightarrow f^{-1}(x)=(\cot x)^{-1}=\text{arccot}\, x$

$y=\cot x \Leftrightarrow x=\text{arccot}\, y$

ÖRNEK SORU 101

$x=\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{9}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

Çözüm

$x=\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ dir.

$[0,\pi]$ aralığında bulunan ve kosinüsü $\frac{\sqrt{3}}{2}$ olan açı $\frac{\pi}{6}$ dır.

$\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{6}$ olur.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 102

arctan 1 = x olduğuna göre, x kaçtır?

A) $\frac{\pi}{10}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

Çözüm

$\arctan 1 = x \Leftrightarrow 1=\tan x$ dir.

$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ aralığında bulunan tanjantı 1 olan açı $\frac{\pi}{4}$ tür.

$\tan\frac{\pi}{4}=1 \Leftrightarrow \arctan 1=\frac{\pi}{4}$ olur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 103

$\tan\left(\arcsin\frac{2}{3}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ C) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{3\sqrt{6}}{5}$

Çözüm

$\tan(\underbrace{\arcsin\frac{2}{3}}_{\alpha})=\tan\alpha$

$\arcsin\frac{2}{3}=\alpha \Leftrightarrow \sin\alpha=\frac{2}{3}$ tür. Buna uygun olan dik üçgen çizilirse,

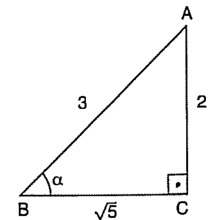
$|AB|^2=|AC|^2+|BC|^2$

$3^2=2^2+|BC|^2$

$9=4+|BC|^2$

$|BC|=\sqrt{5}$

$\tan\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ olur.



Yanıt D

ÖRNEK SORU 104

$\cos\left(\arctan\frac{3}{4}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm

$\cos(\underbrace{\arctan\frac{3}{4}}_{\alpha}) = \cos\alpha$

$\arctan\frac{3}{4} = \alpha \Leftrightarrow \tan\alpha = \frac{3}{4}$ tür. Buna uygun olan dik üçgen çizilirse,

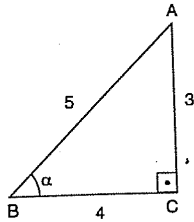
$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$|AB|^2 = 3^2 + 4^2$

$|AB|^2 = 25$

$|AB| = 5$

$\cos\alpha = \frac{4}{5}$ olur.



Yanıt A

ÖRNEK SORU 105

$\arccos\frac{3}{5} + \arccos\frac{4}{5}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 30° B) 45° C) 60° D) 90° E) 120°

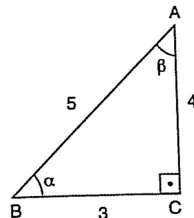
Çözüm

$\underbrace{\arccos\frac{3}{5}}_{\alpha} + \underbrace{\arctan\frac{3}{4}}_{\beta} = \alpha + \beta$

$\arccos\frac{3}{5} = \alpha \Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{3}{5}$ } Buna uygun dik üçgen

$\arctan\frac{3}{4} = \beta \Leftrightarrow \tan\beta = \frac{3}{4}$ } çizilirse,

α ve β açıları dik üçgende yerleştirildiğinde $\alpha + \beta = 90°$ olarak bulunur.



Yanıt D

ÖRNEK SORU 106

$\tan\left(2\,\text{arccot}\sqrt{3} + 3\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{2}$ C) 1 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

Çözüm

$\tan(2\,\underbrace{\text{arccot}\sqrt{3}}_{\alpha} + 3\,\underbrace{\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})}_{\beta}) = \tan(2\alpha + 3\beta)$

$\text{arccot}\sqrt{3} = \alpha \Leftrightarrow \cot\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$

$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \beta \Leftrightarrow \sin\beta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \beta = -\frac{\pi}{3}$

olur. Buna göre;

$\tan(2\alpha + 3\beta) = \tan\left(2.\frac{\pi}{6} + 3.\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

$= \tan\left(\frac{\pi}{3} - \pi\right)$

$= \tan\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$= -\tan\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

$= \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ olur.

Yanıt E

ÖRNEK SORU 107

$\tan\left(2\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{2}$ C) 1 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

Çözüm

$\tan\left(2\underbrace{\arcsin(-\frac{1}{2})}_{\alpha}\right) = \tan 2\alpha$

$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = \alpha \Leftrightarrow \sin\alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{6}$

$\tan 2\alpha = \tan\left(2\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$= -\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$= -\sqrt{3}$ olur.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 108

$\alpha = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ olduğuna göre, $\cos 2\alpha$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) −1 B) $-\frac{1}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

Çözüm

$\alpha = \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Leftrightarrow \sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\alpha = -\frac{\pi}{3}$ olur.

$\cos\left(2.\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

$= -\cos\frac{\pi}{3}$

$= -\frac{1}{2}$ olur.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 109

$\tan\left(\arccos\frac{2}{\sqrt{13}}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

Çözüm

$\tan(\underbrace{\arccos\frac{2}{\sqrt{13}}}_{\alpha}) = \tan\alpha$

$\alpha = \arccos\frac{2}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$

olduğuna göre, buna uygun dik üçgen çizilirse,

pisagor bağıntısından;

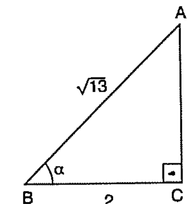
$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$(\sqrt{13})^2 = |AC|^2 + 2^2$

$13 = |AC|^2 + 4$

$|AC| = 3$ tür.

$\tan\alpha = \frac{3}{2}$ olur.



Yanıt D

ÖRNEK SORU 110

$\arcsin\frac{4}{5} = \alpha$ olduğuna göre,

$\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\tan\alpha}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{15}{13}$ B) $\frac{27}{20}$ C) $\frac{32}{15}$ D) $\frac{21}{20}$ E) $\frac{45}{42}$

Çözüm

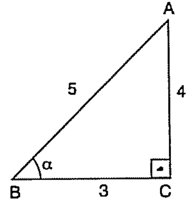
$\arcsin\frac{4}{5} = \alpha \Leftrightarrow \sin\alpha = \frac{4}{5}$ olur.

Pisagor bağıntısından,

$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$

$5^2 = 4^2 + |BC|^2$

$|BC| = 3$ tür.



$\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos\alpha = \frac{3}{5}$, $\tan\alpha = \frac{4}{3}$ olur.

$\frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\tan\alpha} = \frac{\frac{4}{5} + \frac{3}{5}}{\frac{4}{3}} = \frac{7}{5}.\frac{3}{4} = \frac{21}{20}$ olur.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 111

$\arcsin\frac{1}{2} + \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{11\pi}{6}$ C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

Çözüm

$\underbrace{\arcsin\frac{1}{2}}_{\alpha} + \underbrace{\arcsin(-\frac{1}{2})}_{\beta}$

$\arcsin\frac{1}{2} = \alpha \Leftrightarrow \sin\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$

$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = \beta \Leftrightarrow \sin\beta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \beta = -\frac{\pi}{6}$

$\alpha + \beta = \frac{\pi}{6} + \left(-\frac{\pi}{6}\right) = 0$ olur.

Yanıt A

SINIF SORULARI

1 $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

$\sin x = \frac{1}{2}$

$x = 30 = \frac{\pi}{6}$

2 $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

3 $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

$\sin = -\frac{1}{2}$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$

4 arctan(1) ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

5 arcsin(tan 45° – sin 30°) ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

6 cot(arcsin 1) ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

7 $\tan\left(\arccos\frac{1}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM: $\tan\left(\cos\frac{1}{2}\right)$

$\tan 60 = \sqrt{3}$

8 $y = \arcsin\left(\frac{2x-3}{4}\right)$ olduğuna göre, x in bulunduğu en geniş aralık nedir?

ÇÖZÜM:

$\sin\left(\frac{2x-3}{4}\right)$

$-1 \leq \frac{2x-3}{4} \leq 1$

$-4 \leq 2x-3 \leq 4$

$-1 \leq 2x \leq 7$

$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$

9 Tanımlı olduğu aralıkta $f(x) = \sin\left(\frac{2x+1}{3}\right)$ fonksiyonunun tersi nedir?

ÇÖZÜM:

$y = \sin\left(\frac{2x+1}{3}\right)$

$x = \sin\left(\frac{2y+1}{3}\right)$

$\arcsin x = \frac{2y+1}{3}$

$\frac{3\arcsin x - 1}{2} = y = f^{-1}(x)$

10 Tanımlı olduğu aralıkta $f(x) = \arccos\left(\frac{x+3}{4}\right)$ fonksiyonunun tersi nedir?

ÇÖZÜM:

11 $f(x) = \arcsin\left(\frac{x-3}{4}\right) + \arccos\left(\frac{x+2}{4}\right)$ olduğuna göre, x in bulunduğu en geniş aralık nedir?

ÇÖZÜM:

12 $\cos\left(\arcsin\frac{3}{5} + \arctan\frac{5}{12}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

$\arcsin\frac{3}{5} = a$ $\quad$ $\arctan\frac{5}{12} = b$

$\sin a = \frac{3}{5}$ $\quad$ $\tan b = \frac{5}{12}$

$= \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$= \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} - \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{13}$

$= \frac{48-15}{65} = \frac{33}{65}$

13 $\sin\left(\arcsin\frac{8}{17}+\arctan\frac{4}{3}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

14 $\cos\left(2\arctan\frac{3}{4}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

15 $\sin\left(2\arcsin\frac{3}{5}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

16 $\sin\left(\pi-\arctan\frac{5}{12}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

17 cos(arccosec x) ifadesinin eşiti nedir?

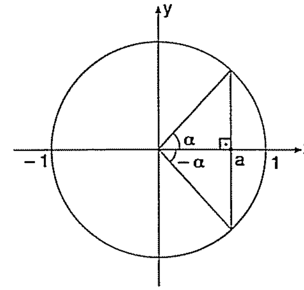
ÇÖZÜM:

18 $x > 0$ ve $\arcsin 2x = \arccos 3x$ olduğuna göre, x kaçtır?

ÇÖZÜM:

TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

1. a ∈ R ve − 1 ≤ a ≤ 1 olmak üzere, cos x = a denkleminin [0, 2π) aralığındaki bir kökü α ise, genel çözüm kümesi:



Ç.K = { x | x = α + 2kπ veya x = − α + 2kπ, k ∈ Z} dir.

ÖRNEK SORU 112

$\cos x = \frac{1}{2}$ denkleminin genel çözüm kümesi nedir?

A) {x | x = 60° + 2kπ, k∈ Z}

B) {x | x = 30° + 2kπ veya x = − 30° + 2kπ, k∈ Z}

C) {x | x = 60° + 2kπ veya x = − 60° + 2kπ, k∈ Z}

D) {x | x = 45° + 2kπ veya x = − 45° + 2kπ, k∈ Z}

E) {x | x = ± 40° + 2kπ, k∈ Z}

Çözüm

$\cos x = \frac{1}{2} = \cos 60°$

Ç.K = { x | x = 60° + 2kπ veya x = − 60° + 2kπ, k∈ Z} dir.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 113

$\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ denkleminin [0, 2π) aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Çözüm

$\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos 45°$

Ç.K = { x | 3x = 45° + 2kπ veya 3x = − 45 + 2kπ, k ∈ Z}

$Ç.K = \{ x \mid x = 15° + \frac{2k\pi}{3} \text{ veya } x = -15° + \frac{2k\pi}{3}, k \in Z\}$

[0, 2π) aralağındaki köklerini bulmak için k ya 0 dan başlayarak değer verelim.

$x = 15° + \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow$
k = 0 için $x_1 = 15°$
k = 1 için $x_2 = 15° + 120° = 135°$
k = 2 için $x_3 = 15° + 240° = 255°$
k = 3 için $x_4 = 15° + 360°$
$= 375° \notin [0, 2\pi)$

$x = -15° + \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow$
k = 0 için $x_5 = -15° \equiv 345°$
k = 1 için $x_6 = -15° + 120° = 105°$
k = 2 için $x_7 = -15° + 240° = 225°$
k = 3 için $x_8 - 15° + 360° = 345°$

$\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ denkleminin [0, 2π) aralığındaki kökleri

{15°, 105°, 135°, 225°, 255°, 345°} dir.

O halde, denklemin [0, 2π) aralığında 6 tane kökü vardır.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 114

$\cos 5x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin [0,2π] aralığındaki kökleri kaç tanedir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

Çözüm

$\cos 5x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 150°$

$Ç.K = \{x \mid 5x = 150° + 2k\pi \text{ veya } 5x = -150° + 2k\pi,\ k \in Z\}$

$= \{x \mid x = 30° + \frac{2k\pi}{5} \text{ veya } x = -30° + \frac{2k\pi}{5},\ k \in Z\}$

$\cos 5x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki kökleri;

$x = 30° + \frac{2k\pi}{5} \Rightarrow$ k = 0 için $x_1 = 30°$

k = 1 için $x_2 = 30° + 72° = 102°$

k = 2 için $x_3 = 30° + 144° = 174°$

k = 3 için $x_4 = 30° + 216° = 246°$

k = 4 için $x_5 = 30° + 288° = 318°$

$x = -30° + \frac{2k\pi}{5} \Rightarrow$ k = 0 için $x_6 = -30° \equiv 330°$

k = 1 için $x_7 = -30° + 72° = 42°$

k = 2 için $x_8 = -30° + 144° = 114°$

k = 3 için $x_9 = -30° + 216° = 186°$

k = 4 için $x_{10} = -30° + 288° = 258°$

O halde, denklemin $[0, 2\pi]$ aralığında 10 tane kökü vardır.

Yanıt C

ÖRNEK SORU 115

cos x = cos 20° denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{x \mid x = \mp 20° + 2k\pi\}$

B) $\{x \mid x = \mp 25° + 2k\pi\}$

C) $\{x \mid x = \mp 30° + 2k\pi\}$

D) $\{x \mid x = \mp 32° + 2k\pi\}$

E) $\{x \mid x = \mp 36° + 2k\pi\}$

Çözüm

cos x = cos 20° olduğuna göre;

$Ç.K = \{x \mid x = 20° + 2k\pi \text{ veya } x = -20 + 2k\pi,\ k \in Z$ dir.$\}$

Yanıt A

ÖRNEK SORU 116

cos(3x – 5°) = cos(x + 10°) denkleminin [0°, 360°) aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

cos(3x – 5°) = cos(x+10°) olduğuna göre,

$Ç.K = \{x \mid 3x - 5° = x + 10° + 2k\pi \text{ veya } 3x - 5° = -(x + 10°) + 2k\pi,\ k \in Z\}$

$= \{x \mid 2x = 15° + 2k\pi \text{ veya } 4x = -5° + 2k\pi,\ k \in Z\}$

$= \{x \mid x = \left(\frac{15}{2}\right)^{\circ} + k\pi \text{ veya } x = \left(-\frac{5}{4}\right)^{\circ} + \frac{k\pi}{2},\ k \in Z\}$

cos(3x – 5°) = cos(x + 10°) denkleminin [0°, 360°) aralığındaki kökleri;

$x = \frac{15°}{2} + k\pi \Rightarrow$ k = 0 için $x_1 = \frac{15°}{2} = 7{,}5°$

k = 1 için $x_2 = 7{,}5° + 180° = 187{,}5°$

$x = -\left(\frac{5}{4}\right)^{\circ} + \frac{k\pi}{2} \Rightarrow$ k = 0 için $x_3 = \left(-\frac{5}{4}\right)^{\circ} \Rightarrow x = 358{,}75°$

k = 1 için $x_4 = \left(-\frac{5}{4}\right)^{\circ} + 90° = 88{,}75°$

k = 2 için $x_5 = \left(-\frac{5}{4}\right)^{\circ} + 180° = 178{,}75°$

k = 3 için $x_6 = \left(-\frac{5}{4}\right)^{\circ} + 270° = 268{,}75°$

O halde denklemin [0°, 360°] aralığında 6 tane kökü vardır.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 117

cos(4x + 10°) = sin(x + 30°) denkleminin en küçük pozitif kökü kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

Çözüm

sin(x + 30°) = cos(90° – (x + 30°)) = cos (60° – x)

cos(4x + 10°) = cos(60° – x) olduğuna göre,

$4x + 10° = 60° - x + 2k\pi$ veya $4x + 10° = -(60° - x) + 2k\pi \ (k \in Z)$

k = 0 için 4x + 10° = 60° – x

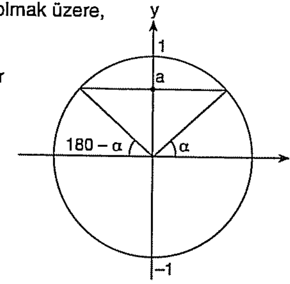
5x = 50°

x = 10°

x = 10° değeri en küçük pozitif köktür.

Yanıt A

2. $a \in R$ ve $-1 \le a \le 1$ olmak üzere, sin x = a denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki bir kökü α ise; genel çözüm kümesi:



$Ç.K = \{x \mid x = \alpha + 2k\pi \text{ veya } x = \pi - \alpha + 2k\pi,\ k \in Z\}$ dir.

ÖRNEK SORU 118

$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ denkleminin genel çözüm kümesi nedir?

A) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

B) $\left\{x \mid x = \mp \frac{\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

C) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{4\pi}{5} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

D) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

E) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

Çözüm

$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$

$Ç.K = \left\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ veya } x = \pi - \frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

$Ç.K = \left\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

Yanıt D

ÖRNEK SORU 119

$\sin(3x + 15°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ denkleminin [0°, 360°) aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Çözüm

$\sin(3x + 15°) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 45°$

$Ç.K = \{x \mid 3x + 15° = 45° + 2k\pi \text{ veya } 3x + 15° = 180° - 45° + 2k\pi,\ k \in Z\}$

$= \{x \mid x = 10° + \frac{2k\pi}{3} \text{ veya } x = 40° + \frac{2k\pi}{3},\ k \in Z\}$

$\sin(3x + 15°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ denkleminin [0,360°) aralığındaki kökleri;

$x = 10° + \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow$ k = 0 için $x_1 = 10°$

k = 1 için $x_2 = 10° + 120° = 130°$

k = 2 için $x_3 = 10 + 240° = 250°$

$x = 40° + \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow$ k = 0 için $x_4 = 40°$

k = 1 için $x_5 = 40° + 120° = 160°$

k = 2 için $x_6 = 40° + 240° = 280°$

$\sin(3x + 15°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ denkleminin [0,360°) aralığındaki kökleri;

{10°, 40°, 130°, 160°, 250°, 280°} dir.

O halde, denklemin [0°, 360°) aralığında 6 tane kökü vardır.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 120

$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ olduğuna göre,

$Ç.K = \left\{x \mid 2x - \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ veya } 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - \left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

$= \left\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{7\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3},\ k \in Z\right\}$

Denklemin $[0°, \pi]$ aralığındaki kökleri bulunursa,

$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow$ k = 0 için $x_1 = \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{7\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow$ k = 0 için $x_2 = \frac{7\pi}{18}$

O halde denklemin $[0, \pi]$ aralığında 2 tane kökü vardır.

Yanıt A

ÖRNEK SORU 121

$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = (2\sin x - 1)(\sin x + 2) = 0$

$2\sin x - 1 = 0$ veya $\sin x + 2 = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$ veya $\sin x = -2$

sinüs fonksiyonu $[-1, 1]$ aralığında değer aldığı için

$\sin x = -2$ olamayacağından,

$\sin x = \frac{1}{2}$ dir.

$\sin x = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$

$Ç.K = \{x \mid x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ veya } x = \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi,\ k \in Z\}$

$Ç.K = \{x \mid x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in Z\}$

Denklemin $[0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri;

$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow k = 0 \text{ için } x_1 = \frac{\pi}{6}$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow k = 0 \text{ için } x_2 = \frac{5\pi}{6}$ dır.

O halde, denklemin $[0, 2\pi)$ aralığında 2 tane kökü vardır.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 122

$\sin\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığındaki kökü kaçtır?

A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{4\pi}{7}$ C) $\frac{13\pi}{36}$ D) $\frac{19\pi}{36}$ E) $\frac{21\pi}{40}$

Çözüm

$\sin(-x) = -\sin x$ olduğuna göre,

$-\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ dir.

$\sin\left(2x + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ olduğuna göre,

$Ç.K = \{x \mid 2x + \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{3} - x + 2k\pi$ veya

$2x + \frac{3\pi}{4} = \pi - \left(\frac{\pi}{3} - x\right) + 2k\pi,\ k \in Z\}$

$Ç.K = \{x \mid x = -\frac{5\pi}{36} + \frac{2k\pi}{3} \text{ veya } x = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi,\ k \in Z\}$

$x = -\frac{5\pi}{36} + \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow k = 0 \text{ için } x_1 = -\frac{5\pi}{36} = \frac{67\pi}{36}$

$k = 1 \text{ için } x_2 = -\frac{5\pi}{36} + \frac{2\pi}{3} = \frac{19\pi}{36}$

$k = 2 \text{ için } x_3 = -\frac{5\pi}{36} + \frac{4\pi}{3} = \frac{43\pi}{36}$

$x = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi \Rightarrow k = 0 \text{ için } x_4 = -\frac{\pi}{12} = \frac{23\pi}{12}$

Yukarıdaki köklerden $[0, \pi]$ aralığında değer alan kök

$x_2 = \frac{19\pi}{36}$ dır.

Yanıt D

Örnek:

$\sin 7x - \sin 3x + 2\sin 2x = 0$ denkleminin genel çözüm kümesi nedir?

Çözüm

$\sin 7x - \sin 3x + 2\sin 2x = 0$

$2\sin\left(\frac{7x - 3x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{7x + 3x}{2}\right) + 2\sin 2x = 0$

$2\sin 2x \cdot \cos 5x + 2\sin 2x = 0$

$2\sin 2x(\cos 5x + 1) = 0$

$2\sin 2x = 0$ veya $\cos 5x + 1 = 0$

$\sin 2x = 0$ veya $\cos 5x = -1$ olmalıdır.

$\sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = 0 + 2k\pi \text{ veya } \pi - 0 + 2k\pi$

$\Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$

$Ç.K_1 = \{x \mid x = \frac{k\pi}{2},\ k \in Z\}$

$\cos 5x = -1 \Rightarrow 5x = \pi + 2k\pi$

$x = \frac{\pi}{5} + \frac{2k\pi}{5}$

$Ç.K_2 = \{x \mid x = \frac{\pi}{5} + \frac{2k\pi}{5},\ k \in Z\}$

O halde, verilen denklemin çözüm kümesi

$Ç.K = Ç.K_1 \cup Ç.K_2$ dir.

3.

$a \in R$ olmak üzere,

$\tan x = a$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığındaki bir kökü

α ise çözüm kümesi: $\left(\alpha \neq \frac{\pi}{2}\right)$

$Ç.K = \{x \mid x = \alpha + k\pi,\ k \in Z\}$ dir.

ÖRNEK SORU 123

$\tan x = \sqrt{3}$ denkleminin genel çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{12} + k\pi,\ k \in Z\right\}$

B) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{6} + k\pi,\ k \in Z\right\}$

C) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{5} + k\pi,\ k \in Z\right\}$

D) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in Z\right\}$

E) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\right\}$

Çözüm

$\tan x = \sqrt{3} = \tan\frac{\pi}{3}$ olduğuna göre,

$Ç.K = \{x \mid x = \frac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in Z\}$

Yanıt D

ÖRNEK SORU 124

$\tan 2x = \tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}\right\}$ B) $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

C) $\left\{\frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{3}\right\}$ D) $\left\{\frac{4\pi}{5}, \frac{7\pi}{6}\right\}$

E) $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$

Çözüm

$\tan 2x = \tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

$2x = x - \frac{\pi}{6} + k\pi, \quad k \in Z$

$x = -\frac{\pi}{6} + k\pi,\ k \in Z$

$x = -\frac{\pi}{6}$ olduğuna göre çözüm kümesi

$Ç.K = \{x \mid x = -\frac{\pi}{6} + k\pi,\ k \in Z\}$ dır.

$\tan 2x = \tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri;

$x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow k = 0 \text{ için } x_1 = -\frac{\pi}{6} \equiv \frac{11\pi}{6}$

$k = 1 \text{ için } x_2 = -\frac{\pi}{6} + \pi = \frac{5\pi}{6}$

Yanıt B

ÖRNEK SORU 125

$\tan\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) \cdot \cot\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{12}+k\pi,\ k\in Z\right\}$

B) $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in Z\right\}$

C) $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{5}+k\pi,\ k\in Z\right\}$

D) $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in Z\right\}$

E) $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in Z\right\}$

Çözüm

$\tan\left(2x+\frac{\pi}{6}\right) \cdot \cot\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$

$\Rightarrow \tan\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1}{\cot\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}$

$\Rightarrow \tan\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

$\Rightarrow 2x+\frac{\pi}{6}=x+\frac{\pi}{3}+k\pi,\ (k\in Z)$

$\Rightarrow x=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}+k\pi,\ (k\in Z)$

$\Rightarrow$ Ç. K $=\{x \mid x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in Z\}$

Yanıt B

ÖRNEK SORU 126

$\tan^2 x-1=0$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

B) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$

C) $\left\{\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

D) $\left\{\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

E) $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right\}$

Çözüm

$\tan^2 x-1=0$

$(\tan x-1).(\tan x+1)=0$

$\tan x-1=0$ veya $\tan x+1=0$

$\tan x-1=0 \Rightarrow \tan x=1=\tan\frac{\pi}{4}$ olduğuna göre,

Ç.$K_1=\{x \mid x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in Z\}$

$x=\frac{\pi}{4}+k\pi \Rightarrow k=0$ için $x_1=\frac{\pi}{4}$

$k=1$ için $x_2=\frac{\pi}{4}+\pi=\frac{5\pi}{4}$

$\tan x+1=0 \Rightarrow \tan x=-1=\tan\frac{3\pi}{4}$ olduğuna göre,

Ç.$K_2=\{x \mid x=\frac{3\pi}{4}+k\pi,\ k\in Z\}$

$x=\frac{3\pi}{4}+k\pi \Rightarrow k=0$ için $x_3=\frac{3\pi}{4}$

$k=1$ için $x_4=\frac{3\pi}{4}+\pi=\frac{7\pi}{4}$

$\tan^2 x-1=0$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri;

$\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$ dir.

Yanıt A

4.

$a \in R$ olmak üzere,

$\cot x=a$ denkleminin $(0, \pi)$ aralağındaki bir kökü

α ise çözüm kümesi;

Ç. K $=\{x \mid x=\alpha+k\pi,\ k\in Z\}$

ÖRNEK SORU 127

$\cot x=\sqrt{3}$ denkleminin genel çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{10}+k\pi,\ k\in Z\right\}$

B) $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{9}+k\pi,\ k\in Z\right\}$

C) $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{8}+k\pi,\ k\in Z\right\}$

D) $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in Z\right\}$

E) $\left\{x \mid x=\frac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in Z\right\}$

Çözüm

$\cot x=\sqrt{3}=\cot\frac{\pi}{6}$ olduğuna göre,

Ç. K $=\{x \mid x=\frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in Z\}$

Yanıt D

ÖRNEK SORU 128

$\cot x+\tan x-2=0$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$\cot x+\frac{1}{\cot x}-2=0$

$\frac{\cot^2 x+1-2\cot x}{\cot x}=0 \quad (\cot x\neq 0)$

$\cot^2 x-2\cot x+1=0$

$(\cot x-1)^2=0$

$\cot x=1=\cot\frac{\pi}{4}$ olduğuna göre,

Ç.K $=\{x \mid x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in Z\}$

Denklemin $[0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri

$x=\frac{\pi}{4}+k\pi \Rightarrow k=0$ için $x=\frac{\pi}{4}$

$k=1$ için $x=\frac{5\pi}{4}$ tür.

O halde denklemin $[0, 2\pi)$ aralığında 2 tane kökü vardır.

Yanıt B

acosx+bsinx=c Şeklindeki Doğrusal (Lineer) Denklemler

1. $a\cos x+b\sin x=c$ eşitliğinin her iki yanını $\cos x$ in katsayısı olan a değerine bölüp $\cos x$ in katsayısı 1 yapılır. $(a\neq 0)$

$\sin x$ in katsayısı olan $\frac{b}{a}$ yerine tanjant değeri yazılır.

ÖRNEK SORU 129

$\sqrt{3}\sin x+3\cos x=3$ denkleminin genel çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x=\frac{\pi}{3}+2k\pi \text{ veya } x=\frac{\pi}{4}+2k\pi,\ k\in Z\right\}$

B) $\left\{x \mid x=\frac{2\pi}{7}+2k\pi \text{ veya } x=\frac{5\pi}{3}+2k\pi,\ k\in Z\right\}$

C) $\left\{x \mid x=\frac{4\pi}{5}+2k\pi \text{ veya } x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi,\ k\in Z\right\}$

D) $\left\{x \mid x=2k\pi \text{ veya } x=\frac{\pi}{3}+2k\pi,\ k\in Z\right\}$

E) $\left\{x \mid x=2k\pi \text{ veya } x=\frac{\pi}{5}+2k\pi,\ k\in Z\right\}$

Çözüm

Eşitliğin her iki tarafı kosinüsün katsayısı olan 3 ile bölünürse,

$\sqrt{3}\sin x+3\cos x=3$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}\sin x+\frac{3}{3}\cos x=\frac{3}{3} \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{3}=\tan 30° \text{ dir.}\right)$

$\Rightarrow \tan 30° . \sin x+\cos x=1$

$\Rightarrow \frac{\sin 30°}{\cos 30°} . \sin x+\cos x=1$

$\Rightarrow \frac{\sin 30° . \sin x+\cos 30° . \cos x}{\cos 30°}=1$

$\Rightarrow \cos 30° \cos x+\sin 30° \sin x=\cos 30°$

$\Rightarrow \cos(30°-x)=\cos 30°$

$30°-x=30°+2k\pi$ veya $30°-x=-30°+2k\pi$

$-x=2k\pi$ veya $-x=-60°+2k\pi$

$x=-2k\pi$ veya $x=60°-2k\pi$

Ç. K $=\{x \mid x=-2k\pi$ veya $x=60°-2k\pi,\ k\in Z\}$

Çözüm kümesinde k yerine –1, –2, –3 gibi değerler de verilebileceğinden $2k\pi$ nin işaretlerinin + veya – olması önemli değildir. Çözüm kümesi yazılırken pozitif hali kullanılır.

Ç. K $=\{x \mid x=2k\pi$ veya $x=60°+2k\pi,\ k\in Z\}$

Ç. K $=\{x \mid x=2k\pi$ veya $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi,\ k\in Z\}$

Yanıt D

ÖRNEK SORU 130

$\sqrt{3}\cos x + \sin x + \sqrt{2} = 0$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D 4 E) 5

Çözüm

Eşitliğin her iki tarafı kosinüsün katsayısı olan $\sqrt{3}$ ile bölünürse,

$\sqrt{3}\cos x + \sin x = -\sqrt{2}$

$\Rightarrow \cos x + \frac{1}{\sqrt{3}}\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad \left(\frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30° \text{ dir.}\right)$

$\Rightarrow \cos x + \tan 30° \,.\, \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \cos x + \frac{\sin 30°}{\cos 30°} \,.\, \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \frac{\cos 30°.\cos x + \sin 30° \,.\, \sin x}{\cos 30°} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \cos 30°.\, \cos x + \sin 30° \,.\, \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\cos 30°$

$\Rightarrow \cos(30° - x) = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \cos(30° - x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \cos(30° - x) = \cos 135°$

$30° - x = 135° + 2k\pi$ veya $30° - x = -135° + 2k\pi$

$-x = 105° + 2k\pi$ veya $-x = -165° + 2k\pi$

$x = -105° - 2k\pi$ veya $x = 165° - 2k\pi$

$x = -\frac{7\pi}{12} + 2k\pi$ veya $x = \frac{11\pi}{12} + 2k\pi$

$Ç.K = \left\{x \mid x = -\frac{7\pi}{12} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{11\pi}{12} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

$x = -\frac{7\pi}{12} + 2k\pi \Rightarrow k = 0$ için $x_1 = -\frac{7\pi}{12} = \frac{17\pi}{12}$

$x = \frac{11\pi}{12} + 2k\pi \Rightarrow k = 0$ için $x_2 = \frac{11\pi}{12}$

O halde, denklemin $[0, 2\pi)$ aralığında 2 tane kökü vardır.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 131

$\sin x + \cos x = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{x \mid x = \mp 2k\pi,\ k \in Z\}$

B) $\left\{x \mid x = 2k\pi \text{ veya } x = \frac{\pi}{5} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

C) $\left\{x \mid x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ veya } x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

D) $\left\{x \mid x = 2k\pi \text{ veya } x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

E) $\left\{x \mid x = 2k\pi \text{ veya } x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in Z\right\}$

Çözüm

Kosinüs fonksiyonunun katsayısı 1 olduğuna göre, 1 yerine tan 45° yazılabilir.

$\sin x + \cos x = 1$

$\Rightarrow \sin x + \tan 45°.\cos x = 1$

$\Rightarrow \sin x + \frac{\sin 45°}{\cos 45°}.\cos x = 1$

$\Rightarrow \frac{\sin x.\cos 45° + \cos x.\sin 45°}{\cos 45°} = 1$

$\Rightarrow \sin x \,.\, \cos 45° + \cos x \,.\, \sin 45° = \cos 45°$

$\Rightarrow \sin(x + 45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \sin(x + 45°) = \sin 45°$

$x + 45° = 45° + 2k\pi$ veya $x + 45° = (180° - 45°) + 2k\pi$

$x = 2k\pi$ veya $x = 90° + 2k\pi$

veya $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$Ç.K = \{x \mid x = 2k\pi \text{ veya } x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in Z\}$ dir.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 132

$\frac{\sin 3x}{1 + \cos 3x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ denkleminin $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\pi, \frac{7\pi}{9}, \frac{13\pi}{9}\right\}$ B) $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{9}, \frac{15\pi}{8}\right\}$

C) $\left\{\frac{7\pi}{9}, \frac{11\pi}{9}, \frac{16\pi}{9}\right\}$ D) $\left\{\frac{7\pi}{9}, \frac{13\pi}{9}\right\}$

E) $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{5}\right\}$

Çözüm

$\frac{\sin 3x}{1 + \cos 3x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \sin 3x = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\cos 3x$

$\Rightarrow \sin 3x - \frac{1}{\sqrt{3}}\cos 3x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \sqrt{3}.\sin 3x - \cos 3x = 1 \quad \left(\sqrt{3} = \tan\frac{\pi}{3} \text{ tür.}\right)$

$\Rightarrow \tan\frac{\pi}{3}.\ \sin 3x - \cos 3x = 1$

$\Rightarrow \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}}.\ \sin 3x - \cos 3x = 1$

$\Rightarrow \frac{\sin\frac{\pi}{3}.\sin 3x - \cos\frac{\pi}{3}.\cos 3x}{\cos\frac{\pi}{3}} = 1$

$\Rightarrow \sin\frac{\pi}{3}.\sin 3x - \cos\frac{\pi}{3}.\ \cos 3x = \cos\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow -\left(\cos\frac{\pi}{3}.\ \cos 3x - \sin\frac{\pi}{3}.\ \sin 3x\right) = \cos\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow -\cos\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) = \cos\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)$

$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) = \cos\frac{2\pi}{3}$

$\frac{\pi}{3} + 3x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ veya $\frac{\pi}{3} + 3x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

$3x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ veya $3x = -\pi + 2k\pi$

$x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}$ veya $x = -\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3}$

$Ç.K = \{x \mid x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \text{ veya } x = -\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3},\ k \in Z\}$

Denklemin $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ aralığındaki kökleri bulunursa,

$x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow k = 0$ için $x_1 = \frac{\pi}{9}$

$k = 1$ için $x_2 = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{3} = \frac{7\pi}{9}$

$k = 2$ için $x_3 = \frac{\pi}{9} + \frac{4\pi}{3} = \frac{13\pi}{9}$

$x = -\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow k = 0$ için $x_4 = -\frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

$k = 1$ için $x_5 = -\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

$k = 2$ için $x_6 = -\frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = \pi$

$k = 3$ için $x_7 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3}$

Denklemin $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ aralığındaki çözüm kümesi;

$Ç.\ K = \left\{\pi, \frac{7\pi}{9}, \frac{13\pi}{9}\right\}$ dir.

Yanıt A

2. a, $b \in R - \{0\}$ ve $a.\cos x + b.\sin x = 0$ şeklindeki birinci dereceden homojen denklemler.

$a.\cos x + b.\sin x = 0$ denklemi

$b\sin x = -a\cos x$

$\frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{a}{b}$

$\tan x = -\frac{a}{b}$ şekline getirilerek çözülür.

ÖRNEK SORU 133

$\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{5}$ D) $\frac{8\pi}{3}$ E) 3π

Çözüm

$\sqrt{3}.\sin x + \cos x = 0$

$\sqrt{3}.\sin x = -\cos x$

$\frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\tan x = \tan\frac{5\pi}{6}$ dır.

$x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \ (k \in Z)$

$Ç.\ K = \{x \mid x = \frac{5\pi}{6} + k\pi,\ k \in Z\}$

Denklemin $[0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri bulunursa,

$x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \Rightarrow k = 0$ için $x_1 = \frac{5\pi}{6}$

$k = 1$ için $x_2 = \frac{11\pi}{6}$

Kökler toplamı : $\frac{5\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = \frac{16\pi}{6} = \frac{8\pi}{3}$ tür.

Yanıt D

3. $a, b \in R - \{0\}$ olmak üzere $a.\cos^2 x + b.\sin x \cos x + c.\sin^2 x = 0$ şeklindeki ikinci dereceden homojen denklemler:

$a.\cos^2 x + b.\sin x.\cos x + c.\sin^2 x = 0$ denkleminde, eşitliğin her iki tarafı $\cos^2 x$ ile bölünürse ($\cos^2 x \neq 0$)

$a.\cos^2 x + b.\sin x.\cos x + c.\sin^2 x = 0$

$$\Rightarrow \frac{a.\cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{b \sin x.\cos x}{\cos^2 x} + \frac{c.\sin^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$\Rightarrow a + b.\frac{\sin x}{\cos x} + c.\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$\Rightarrow a + b.\tan x + c.\tan^2 x = 0 \text{ olur.}$$

$\tan x = t$ dönüşümü yapılarak 2. dereceden denklem çözümü yapılır.

ÖRNEK SORU 134

$\sin^2 x - \sin 2x + \cos^2 x = 0$ denkleminin $[\pi, 2\pi]$ aralığındaki kökü kaçtır?

A) $\frac{3\pi}{4}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{5}$ D) $\frac{4\pi}{5}$ E) $\frac{5\pi}{4}$

Çözüm

Eşitliğin her iki tarafı $\cos^2 x$ ile bölünürse;

$\sin^2 x - \sin 2x + \cos^2 x = 0$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos x^2} = 0$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 2\frac{\sin x}{\cos x} + 1 = 0$$

$$\tan^2 x - 2\tan x + 1 = 0$$

$\tan x = t$ dönüşümü yapılırsa,

$t^2 - 2t + 1 = 0$

$(t-1)^2 = 0$

$t = 1$

$$\tan x = 1 \Rightarrow \tan x = \tan\frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in Z$$

$$Ç.K = \{x \mid x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in Z\}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow k = 0 \text{ için } x_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$k = 1 \text{ için } x_2 = \frac{5\pi}{4}$$

Denklemin $[\pi, 2\pi]$ aralığındaki kökü $\frac{5\pi}{4}$ tür.

Yanıt E

ÖRNEK SORU 135

$\sin^2 x - 3\sqrt{2} \sin x.\cos x + 4\cos^2 x = 0$ olduğuna göre, $\tan x$ in alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 2

Çözüm

$\sin^2 x - 3\sqrt{2}\sin x.\cos x + 4\cos^2 x = 0$

Eşitliğin her iki tarafı $\cos^2 x$ ile bölünürse;

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{3\sqrt{2}\sin x.\cos x}{\cos^2 x} + \frac{4\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

$\tan^2 x - 3\sqrt{2}\tan x + 4 = 0$ olur.

$\tan x = t$ dönüşümü yapılırsa,

$t^2 - 3\sqrt{2}t + 4 = 0$

$(t - 2\sqrt{2}).(t - \sqrt{2}) = 0$

$\Rightarrow t = 2\sqrt{2}$ veya $t = \sqrt{2}$ dir.

$\Rightarrow \tan x = 2\sqrt{2}$ veya $\tan x = \sqrt{2}$ dir.

O halde, $\tan x$ in alabileceği en küçük değer $\sqrt{2}$ dir.

Yanıt B

⚠ ***Not:*** *Şimdiye kadar verilen denklem sistemlerine uymayan trigonometrik denklemler de vardır.*

Bu denklemlerin çözümünde trigonometrik özdeşliklerden yararlanılarak, denklemler önceden bilinen denklem tiplerine dönüştürülmeye çalışılır.

ÖRNEK SORU 136

$\sin x + \cos 2x = 1$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x \mid x = 2k\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z\right\}$

B) $\left\{x \mid x = k\pi \vee x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z\right\}$

C) $\left\{x \mid x = \mp\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z\right\}$

D) $\left\{x \mid x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\right\}$

E) $\left\{x \mid x = \mp\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z\right\}$

Çözüm

$\sin x + \cos 2x = 1$

$\sin x + 1 - 2\sin^2 x = 1$

$2\sin^2 x - \sin x = 0$

$\sin x(2\sin x - 1) = 0$

$\sin x = 0$ veya $2\sin x - 1 = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$ dir.

$\sin x = 0 \Rightarrow \quad x = 0° + 2k\pi$ veya $x = \pi - 0° + 2k\pi$

$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ veya $x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

$Ç.K = \{x \mid x = k\pi$ veya $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ veya $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in Z\}$

Yanıt B

ÖRNEK SORU 137

$\cos^3 x . \sin x + \cos x.\sin^3 x = \frac{1}{2}.\cos 10°$ denkleminin

$[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$$\cos^3 x.\sin x + \cos x.\sin^3 x = \frac{1}{2}\cos 10°$$

$$\cos x.\sin x\underbrace{(\cos x.\sin^3 x)}_{1} = \frac{1}{2}\cos 10°$$

$$\cos x.\sin x = \frac{1}{2}\cos 10°$$

$2\sin x.\cos x = \cos 10°$

$\sin 2x = \sin 80°$

$2x = 80° + 2k\pi$ veya $2x = (180° - 80°) + 2k\pi$

$x = 40° + k\pi$ veya $x = 50° + k\pi$

$x = \frac{2\pi}{9} + k\pi$ veya $x = \frac{5\pi}{18} + k\pi$

$Ç.K = \{x \mid x = \frac{2\pi}{9} + k\pi$ veya $x = \frac{5\pi}{18} + k\pi, k \in Z\}$

$$x = \frac{2\pi}{9} + k\pi \Rightarrow k = 0 \text{ için } x_1 = \frac{2\pi}{9}$$

$$k = 1 \text{ için } x_2 = \frac{11\pi}{9}$$

$$x = \frac{5\pi}{18} + k\pi \Rightarrow k = 0 \text{ için } x_3 = \frac{5\pi}{18}$$

$$k = 1 \text{ için } x_4 = \frac{23\pi}{18}$$

Denklemin $[0, 2\pi)$ aralınında 4 tane kökü vardır.

Yanıt D

ÖRNEK SORU 138

$\sin^3 x + \cos^3 x + \sin x + \cos x = 0$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

$a^3 + b^3 = (a+b).(a^2 - ab + b^2)$ olduğundan,

$\sin^3 x + \cos^3 x + \sin x + \cos x = 0$

$(\sin x + \cos x).(\sin^2 x - \sin x.\cos x + \cos^2 x) + \sin x + \cos x = 0$

$(\sin x + \cos x).(1 - \sin x.\cos x) + \sin x + \cos x = 0$

$(\sin x + \cos x).(1 - \sin x.\cos x + 1) = 0$

$\sin x + \cos x = 0$ veya $2 - \sin x.\cos x = 0$

$\sin x = -\cos x$ $\quad$ $\sin x.\cos x = 2$

$\sin x = \cos(\pi - x)$ $\quad$ $2\sin x.\cos x = 4$

$\sin 2x = 4$

$\sin 2x = 4$ olacak biçimde x değeri bulunamaz.

O halde, $Ç.K. = \varnothing$ dir.

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - (\pi - x)\right)$$

$$\sin x = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \qquad x = x - \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow Ç.K = \varnothing$$

veya

$$x = \pi - \left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2k\pi$$

$$2x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

Denklemin çözüm kümesi

$$x = \frac{3\pi}{4} + k\pi$$

$$Ç.K. = \{x \mid x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in Z\}$$

Buna göre, denklemin $[0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri,

$$x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \Rightarrow k = 0 \text{ için } x_1 = \frac{3\pi}{4}$$

$$k = 1 \text{ için } x_2 = \frac{7\pi}{4} \text{ tür.}$$

Denklemin $[0, 2\pi)$ aralığında 2 tane kökü vardır.

Yanıt B

ÖRNEK SORU 139

$\cos^2 2x - \sin^2 x = 0$ denkleminin $[0, \pi]$ aralığındaki köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{3\pi}{5}$

Çözüm

$a^2 - b^2 = (a - b).(a + b)$ olduğundan,

$\cos^2 2x - \sin^2 x = (\cos 2x - \sin x).(\cos 2x + \sin x)$

$(1 - 2\sin^2 x - \sin x).(1 - 2\sin^2 x + \sin x) = 0$

$1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0$ veya $1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ veya $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

$(2\sin x - 1).(\sin x + 1) = 0$ veya $(2\sin x + 1).(\sin x - 1) = 0$

$2\sin x - 1 = 0$ veya $\sin x + 1 = 0$ $2\sin x + 1 = 0$ veya $\sin x - 1 = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$ veya $\sin x = -1$ $\sin x = -\frac{1}{2}$ veya $\sin x = 1$

$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6}$ $\sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x_4 = \frac{7\pi}{6}$

$x_2 = \frac{5\pi}{6}$ $x_5 = \frac{11\pi}{6}$

$\sin x = -1 \Rightarrow x_3 = \frac{3\pi}{2}$ $\sin x = 1 \Rightarrow x_6 = \frac{\pi}{2}$

Denklemin $[0, \pi]$ aralığındaki kökleri $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ dır.

Yanıt B

⚠ ***Not:*** *$f(x) = a.\sin x \mp b\cos x$ fonksiyonunun en büyük değeri $\sqrt{a^2+b^2}$ ve en küçük değeri $-\sqrt{a^2+b^2}$ dir.*

ÖRNEK SORU 140

$A = 3\sin x - 2\cos x$ ifadesinin en büyük değeri nedir?

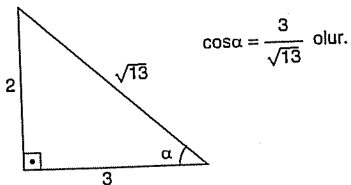
A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) $\sqrt{11}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{13}$

Çözüm

1. Yol

$A = 3\sin x - 2\cos x = 3\left(\sin x - \frac{2}{3}\cos x\right)$

$\tan\alpha = \frac{2}{3}$ olsun. Bir dar açısının tanjantı $\frac{2}{3}$ olan bir dik üçgen çizilirse,



$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$ olur.

$A = 3.(\sin x - \tan\alpha \cos x)$

$= 3\left(\sin x - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cos x\right)$

$= \frac{3(\sin x\cos\alpha - \sin\alpha.\cos x)}{\cos\alpha}$

$= \frac{3.\sin(x-\alpha)}{\cos\alpha}$

$= \frac{3.\sin(x-\alpha)}{\frac{3}{\sqrt{13}}}$

$= \sqrt{13}.\sin(x-\alpha)$ olur.

$\sin(x - \alpha)$ nın en büyük değeri 1 olduğundan

$A = \sqrt{13}.\sin(x - \alpha)$

$A = \sqrt{13}.1$

$A = \sqrt{13}$ bulunur.

2. Yol

$f(x) = a\sin x \mp b\cos x$ ifadesinin en büyük değeri $\sqrt{a^2+b^2}$ dir.

O halde

$A = 3\sin x - 2\cos x$ ifadesinin en büyük değeri

$\sqrt{3^2+(-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ olur.

Yanıt E

ÖRNEK SORU 141

$m, n \in R$ olmak üzere, $(m \neq 0)$

$K = m.\cos\alpha + n.\sin\alpha$ ifadesinin en büyük ve en küçük değerinin toplamı kaçtır?

A) $\sqrt{m^2+n^2}$ B) $m + n$ C) $2m$ D) $2n$ E) 0

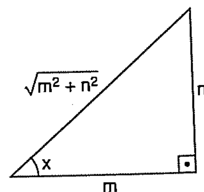
Çözüm

$K = m.\cos\alpha + n.\sin\alpha$

$= m\left(\cos\alpha + \frac{n}{m}.\sin\alpha\right)$ $(m \neq 0)$

$\tan x = \frac{n}{m}$ olsun

Bir dar açısının tanjantı $\frac{n}{m}$ olan dik üçgen çizilirse,



$K = m.(\cos\alpha + \tan x.\sin\alpha)$

$K = m\left(\cos\alpha + \frac{\sin x}{\cos x}.\sin\alpha\right)$

$K = m.\left(\frac{\cos\alpha.\cos x + \sin x.\sin\alpha}{\cos x}\right)$

$K = m.\frac{\cos(\alpha - x)}{\cos x}$

$K = m.\frac{\cos(\alpha - x)}{\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}}}$

$K = \sqrt{m^2+n^2}.\cos(\alpha - x)$

$-1 \leq \cos(\alpha - x) \leq 1$ olduğundan

$-\sqrt{m^2+n^2} \leq \sqrt{m^2+n^2}.\cos(\alpha - x) \leq \sqrt{m^2+n^2}$

$-\sqrt{m^2+n^2} \leq K \leq \sqrt{m^2+n^2}$

O halde $\max(K) = \sqrt{m^2+n^2}$

$\min(K) = -\sqrt{m^2+n^2}$

olduğundan, $\max(K) + \min(K) = 0$ bulunur.

Yanıt E

TRİGONOMETRİK EŞİTSİZLİKLER

ÖRNEK SORU 142

$2.\sin x - \sqrt{3} > 0$ eşitsizliğinin $[0, 2\pi]$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x \mid \frac{\pi}{6} < x < \frac{2\pi}{3}, x \in R\right\}$

B) $\left\{x \mid \frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{3}, x \in R\right\}$

C) $\left\{x \mid \frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}, x \in R\right\}$

D) $\left\{x \mid \frac{\pi}{8} < x < \frac{2\pi}{3}, x \in R\right\}$

E) $\left\{x \mid \frac{\pi}{8} < x < \frac{\pi}{2}, x \in R\right\}$

Çözüm

$2\sin x - \sqrt{3} > 0 \Rightarrow 2\sin x > \sqrt{3}$

$\Rightarrow \sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ dir.

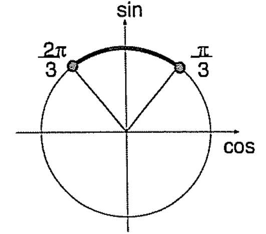
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ değerini sağlayan $[0, 2\pi]$ aralığındaki x değerleri

$x = \frac{\pi}{3}$ ve $x = \frac{2\pi}{3}$ tür.

sinüs fonksiyonunda x açısı yerine $\frac{\pi}{3}$ den büyük $\frac{2\pi}{3}$ den küçük değerler verildiğinde, $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$ olur.

$\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$ tür.

Ç.K. $= \left\{x \mid \frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}, x \in R\right\}$



Yanıt C

ÖRNEK SORU 143

$2\cos x - 1 \geq 0$ eşitsizliğinin $[-\pi, \pi]$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x \mid -\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{8}, x \in R\right\}$

B) $\left\{x \mid -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}, x \in R\right\}$

C) $\left\{x \mid -\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}, x \in R\right\}$

D) $\left\{x \mid -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, x \in R\right\}$

E) $\left\{x \mid -\pi \leq x \leq \pi, x \in R\right\}$

Çözüm

$2\cos x - 1 \geq 0$

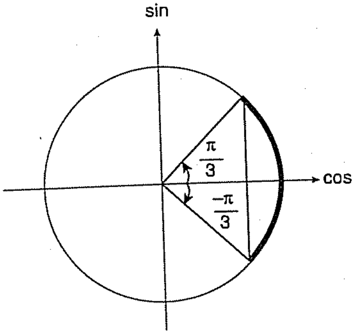
$\Rightarrow 2\cos x \geq 1 \Rightarrow \cos x \geq \frac{1}{2}$ dir.

$\cos x = \frac{1}{2}$ değerini sağlayan $[-\pi, \pi]$ aralığındaki x değerleri

$x_1 = \frac{\pi}{3}$ ve $x_2 = -\frac{\pi}{3}$ tür.

Kosinüs fonksiyonunda x değerleri yerine $-\frac{\pi}{3}$ ile $\frac{\pi}{3}$ arasındaki değerler verildiğinde $\cos x \geq \frac{1}{2}$ olur.

$\cos x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$



Ç.K. = $\{x \mid -\frac{\pi}{3} \le x \le \frac{\pi}{3},\ x \in R\}$

Yanıt C

ÖRNEK SORU 144

$-\frac{\sqrt{2}}{2} \le \cos x \le \frac{\sqrt{2}}{2}$ eşitsizliğinin $[0, 2\pi]$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{x \mid \frac{\pi}{4} \le x < \frac{3\pi}{4} \text{ veya } \frac{5\pi}{4} \le x \le \frac{7\pi}{4},\ x \in R\right\}$

B) $\left\{x \mid \frac{\pi}{2} \le x < \frac{2\pi}{3} \text{ veya } \frac{2\pi}{5} \le x \le \frac{5\pi}{7},\ x \in R\right\}$

C) $\left\{x \mid -\frac{2\pi}{5} \le x < \frac{2\pi}{5},\ x \in R\right\}$

D) $\left\{x \mid \frac{\pi}{4} \le x < \frac{3\pi}{4},\ x \in R\right\}$

E) $\left\{x \mid \frac{\pi}{4} \le x < \frac{7\pi}{4},\ x \in R\right\}$

Çözüm

$-\frac{\sqrt{2}}{2} \le \cos x \le \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ değerini sağlayan $[0, 2\pi]$ aralığındaki x değerleri

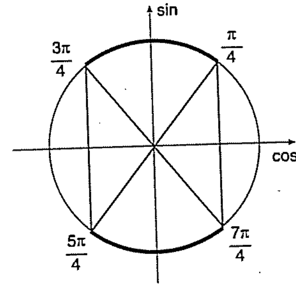
$x_1 = \frac{\pi}{4},\ x_2 = \frac{7\pi}{4}$ tür.

$\cos x \le \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos x \le \cos\frac{\pi}{4}$ ve $\cos x \le \cos\frac{7\pi}{4}$ ....(1)

$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ değerini sağlayan $[0,2\pi]$ aralığındaki x değerleri

$x_3 = \frac{3\pi}{4},\ x_4 = \frac{5\pi}{4}$ tür.

$\cos x \ge -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos x \ge \cos\frac{3\pi}{4}$ ve $\cos x \ge \frac{5\pi}{4}$ ....(2)



(1) ve (2) deki denklemlerden

$\cos\frac{3\pi}{4} \le \cos x \le \cos\frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \le x \le \frac{3\pi}{4}$

$\cos\frac{5\pi}{4} \le \cos x \le \cos\frac{7\pi}{4} \Rightarrow \frac{5\pi}{4} \le x \le \frac{7\pi}{4}$

Ç. K. = $\{x \mid \frac{\pi}{4} \le x \le \frac{3\pi}{4}$ veya $\frac{5\pi}{4} \le x \le \frac{7\pi}{4},\ x \in R\}$ dir.

Yanıt A

1 *Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini yazınız.*

a) $\sin 2x = \frac{1}{2}$

b) $\sin(2x - 60°) = -\frac{1}{2}$

ÇÖZÜM:

a)

2 *Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini yazınız.*

a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

b) $\sin\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

ÇÖZÜM:

3 Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a) $\cos x = \frac{1}{2}$

b) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

ÇÖZÜM:

4 Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a) $\cos(2x + 10°) = \cos(x - 10°)$

b) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

ÇÖZÜM:

5 Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a) $\tan x = 1$

b) $\tan(2x - 30°) = -\sqrt{3}$

c) $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

ÇÖZÜM:

6 Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a) $\tan(2x - 10°) = \tan(3x + 20°)$

b) $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

ÇÖZÜM:

7 $2\sin x + \sqrt{3} = 0$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

8 $2\sin 4x = 1$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

9 $\cos(2x + 10°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

denklemini sağlayan en küçük pozitif açı kaç derecedir?

ÇÖZÜM:

10 $2\cos(2x - 30°) = 1$ denkleminin $(0, 2\pi)$ aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

11 $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

12 $5^{\cot x} = 5$ denkleminin $(0, 2\pi)$ aralığındaki kökleri nelerdir?

ÇÖZÜM:

13 $\cos(\pi + x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

14 $\tan 3x = \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç tane kökü vardır?

ÇÖZÜM:

15 $\tan 2x \cdot \cot(75° - 3x) = 1$ olduğuna göre, x in en küçük dar açı değeri kaç derecedir?

ÇÖZÜM:

16 $\tan x = 2\sin x$ denkleminin $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ aralığındaki kökü kaçtır?

ÇÖZÜM:

17 $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

18 $\frac{2}{1 + \cos x} - \frac{2}{\cos x - 1} = 16$ denkleminin $(0, \pi)$ aralığındaki çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

19 $\sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

20 $1 + \cos x + \cos 2x = 0$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç kökü vardır?

ÇÖZÜM:

21 $\tan^2 x - 2\tan x + 1 = 0$ denklemini sağlayan x dar açısı kaç radyandır?

ÇÖZÜM:

22 $1 - \sin 9x = 2\sin^2 x + \sin 5x$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

23 $A = 6\sin x + 8\cos x$ olduğuna göre, A nın alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

ÇÖZÜM:

24 $2\cos x + 1 \geq 0$ eşitsizliğinin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

KONU İLE İLGİLİ SINAV SORULARI

1. a = sin 5°, b = sin 85°, c = sin 105° olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

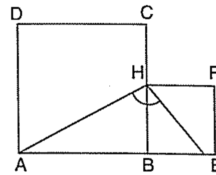
A) a < b < c B) a < c < b
C) b < a < c D) b < c < a
E) c < b < a

2. Yandaki şekilde ABCD ve BEFH birer karedir.

|AB| = 2.|BE|

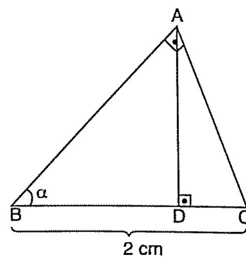
olduğuna göre,

$\sin(\widehat{AHE})$ nin değeri nedir?



A) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
D) $\frac{2\sqrt{7}}{1}$ E) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

3. Yandaki ABC üçgeninde
|BC| = 2 cm
[AB] ⊥ [AC]
[AD] ⊥ [BC]
ABD açısının ölçüsü α ise,
|AD| nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?



A) sin 2α B) 1 – sin 2α C) 1 + sin 2α
D) 2 – sin 2α E) 2 + sin 2α

4. $\cos^2 x + \cos 2x = \sin^2 x + \sin 2x$ denklemini sağlayan en küçük dar açının tanjantı kaçtır?

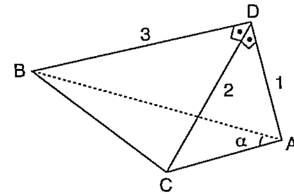
A) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B) $2+\sqrt{5}$ C) $1+\sqrt{5}$
D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

5. $\cos^2(x-y) + \sin^2(x+y)$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 + cos 2x.sin 2y B) 1 + sin 2x.cos 2y
C) 1 + sin 2x.sin 2y D) 1 + cos 2x.cos 2y
E) 1 – sin 2x.sin 2y

6. Yandaki şekilde verilen DACB dörtyüzlüsünün D köşesinden geçen ayrıtları birbirine diktir.

|DB| = 3 cm
|DC| = 2 cm
|DA| = 1 cm



BAC açısının ölçüsü α ise, cos α nın değeri nedir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{6}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

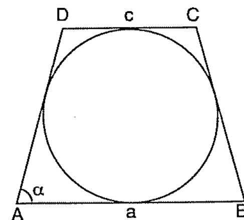
7. sin 2x = cos 35° denkleminin [0°, 90°] aralığındaki kökü kaç derecedir?

A) 70 B) 65 C) 37,5 D) 27,5 E) 17,5

8. Yandaki şekilde ABCD teğetler dörtgeni bir ikizkenar yamuktur.

$m(\widehat{DAB}) = \alpha$
|AB| = a
|CD| = c, a > c

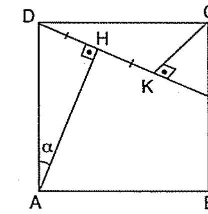
Buna göre,
cos α nın değeri nedir?



A) $\frac{a-c}{a+c}$ B) $\frac{a-c}{2a+c}$ C) $\frac{a-c}{a+2c}$
D) $\frac{a}{a+c}$ E) $\frac{c}{a+c}$

9. Yandaki şekilde ABCD bir kare olduğuna göre,

$m(\widehat{CKE}) = 90°$
$m(\widehat{DHA}) = 90°$
|DH| = |HK|
$m(\widehat{DAH}) = \alpha$ ise, tan α nın değeri kaçtır?

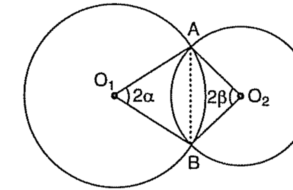


A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

10. Yandaki çemberlerin merkezleri O_1 ve O_2

$m(\widehat{AO_1B}) = 2\alpha$
$m(\widehat{AO_2B}) = 2\beta$ dır.

A ve B noktalarında kesişen çemberlerin yarıçaplarının $\frac{|AO_1|}{|AO_2|}$ oranı, aşağıdakilerden hangisidir?

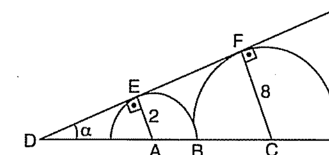


A) $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$ B) $\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}$ C) $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}$
D) $\frac{\cot\alpha}{\cot\beta}$ E) $\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$

11. sin 95°, cos 190°, tan 210° nin işaretleri aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

	sin 95°	cos 190°	tan 210°
A)	+	–	–
B)	–	–	+
C)	–	+	+
D)	+	+	–
E)	+	–	+

12.

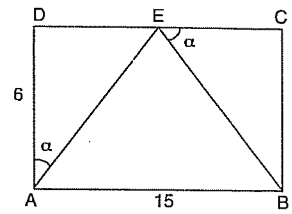


A ve C noktaları çemberlerin merkezi, EF ortak teğet, AC merkezler doğrusu, D noktası EF ile AC doğrularının kesim noktasıdır. Çemberler B noktasında birbirine teğet

|AE| = 2 birim, |FC| = 8 birimdir. $m(\widehat{EDA}) = \alpha$ olduğuna göre, tan α nın değeri nedir?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

13. ABCD bir dikdörtgen,
E noktası [CD] üzerinde
|AB| = 15 birim,
|AD| = 6 birim,
$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{CEB}) = \alpha$



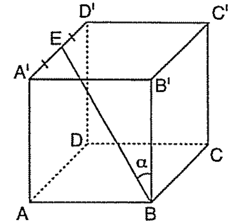
Yukarıdaki verilere göre, tan α nın değerlerinden biri nedir?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

14. $m(\widehat{EBB'}) = \alpha$

|A'E| = |ED'|

Yandaki şekilde ABCDA'B'C'D' bir küp olduğuna göre, tan α nın değeri nedir?



A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D) $\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$

15. $\cos 36° = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$ olduğuna göre, cos 72° kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}+2}{4}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

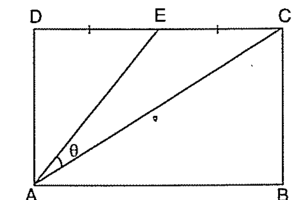
16. c = cos θ, s = sin θ olduğuna göre,

$c^6 + 3c^2s^2 + s^6$

ifadesinin kısaltılmışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) sin 2θ B) 1 C) sin θ.cos θ
D) 3 E) cos 2θ

17. E, [CD] üzerinde,
ABCD bir dikdörtgen
|AB| = 2|BC|
|DE| = |EC|
$m(\widehat{EAC}) = \theta$



Yukarıda verilen bilgilere göre, tan θ nın değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

18. $\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 1$ olduğuna göre, $\cos^2 x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{8}$

19. ABC bir üçgen D, [BC] üzerinde $|BD| = |DC|$

$|AB| = 2$ birim

$|AC| = 2\sqrt{2}$ birim

$m(\widehat{BAD}) = 45°$, $m(\widehat{DAC}) = \theta$

Yukarıdaki verilere göre, $\sin\theta$ nın değeri nedir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

20. $\frac{3}{\cos x} = \frac{4}{\sin x}$ olduğuna göre, $\cos x$ in pozitif değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

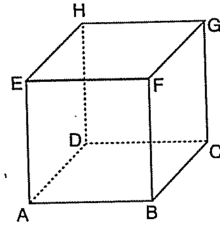
21. $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, $\cos 2x$ in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{4}$ E) -1

22. $\cos\left(2\text{arccot}\frac{1}{2}\right)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

23. ABCDEFGH bir birim küp olduğuna göre, [DF] ve [DA] arasındaki açının cosinüsü kaçtır?



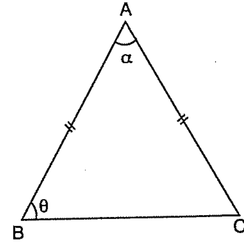
A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

24. ABC bir ikizkenar üçgen, $|AB| = |AC|$,

$m(\widehat{ABC}) = \theta$ ve

$m(\widehat{BAC}) = \alpha$ dır.

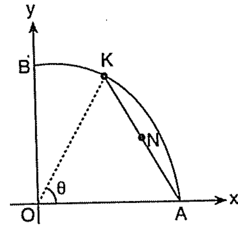
Yandaki şekilde $\tan\theta = 3$ olduğuna göre, $\tan\alpha$ nın değeri kaçtır?



A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

25. BKA dörtte bir çember yayı $|OA| = |OB| = 15$m, $m(\widehat{AOK}) = \theta$,

Şekildeki O merkezli, 15 m yarıçaplı dörtte bir çember biçimindeki havuzun A noktasından hareket eden ve saniyede 0,2 m hızla yüzen bir kişi, ANK yolunu izleyerek t zamanda K noktasına geliyor. $m(\widehat{AOK}) = \theta$ olduğuna göre, t nin θ türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?



A) $50\sin\theta$ B) $50\sin 2\theta$ C) $100\sin 2\theta$ D) $100\sin\frac{\theta}{2}$ E) $150\sin\frac{\theta}{2}$

26. $\frac{1}{\sin 15°} + \frac{1}{\cos 15°}$ toplamının değeri nedir?

A) $1+\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{6}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

27. $\sin^2 x + 10\cos x - 10 = 0$ denkleminin $[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$ aralığındaki kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7\pi}{6}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) π

28. $\frac{\cos x + \cos 6x + \cos 11x}{\sin x + \sin 6x + \sin 11x}$

ifadesinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos 6x$ B) $\cot 18x$ C) $\cot x + \cot 6x + \cot 11x$ D) 1 E) 0

29. $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = 8$ denkleminin dar açı olan çözümü nedir?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

30. $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ olmak üzere, $\cot x + \frac{\sin x}{1+\cos x} = 2$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{8}$

31. $\frac{\sin 2A + \sin 4A}{\cos 2A + \cos 4A}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir.

A) $\sin 2A$ B) $\tan 2A$ C) $\tan 3A$ D) $\cot 3A$ E) $\cos 2A$

32. $0° < \alpha < 90°$

$\frac{\sqrt{3}\sin 5° \cdot \cos 7° + \sqrt{3}\cos 5° \cdot \sin 7°}{4.\cos 84° \cdot \cos 6°} = \sin\alpha$

olduğuna göre, α kaç derecedir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 30 E) 60

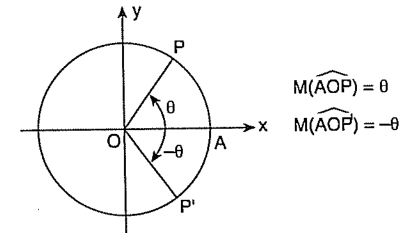
33. $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ olmak üzere,

$\cos x - \tan\frac{\pi}{3} \cdot \sin x = \sqrt{3}$

denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{11\pi}{6}$ B) $\frac{9\pi}{5}$ C) $\frac{8\pi}{5}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{5\pi}{3}$

34.



Şekildeki O merkezli birim çember üzerindeki P ve P' noktaları Ox eksenine göre birbirinin simetriğidir.

Buna göre, P' noktası aşağıdakilerden hangisiyle <u>ifade edilemez?</u>

A) $(\cos(-\theta), \sin(-\theta))$

B) $(\cos(-\theta), \sin\theta)$

C) $(\cos\theta, -\sin\theta)$

D) $(\cos\theta, \sin(2\pi-\theta))$

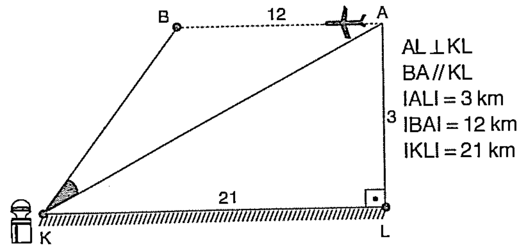
E) $(\cos(2\pi-\theta), -\sin\theta)$

35. $\frac{\sin 2a}{1-\cos 2a}$

ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin a$ B) $\cos a$ C) $\tan a$ D) $\cot a$ E) $\sin a + \cos a$

36.



K noktasındaki kontrol kulesinde bulunan bir görevli, yerden 3 km yükseklikte yere paralel uçan bir uçağın, A noktasından B noktasına kadar 12 km lik hareketini radarla izliyor.

A noktasının yerdeki dik izdüşümü L noktası ve $|KL| = 21$ km olduğuna göre, radarın taradığı AKB açısının tanjantı kaçtır?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{2}{11}$ D) $\frac{3}{13}$ E) $\frac{7}{17}$

37. $\dfrac{\sin 10°.\cos 40° + \cos 10°.\sin 40°}{\cos 50°.\cos 10° + \sin 50°.\sin 10°}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

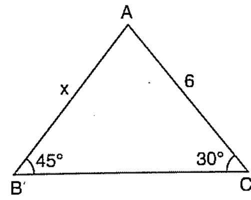
38. ABC bir üçgen,

$m(\widehat{ABC}) = 45°$

$m(\widehat{BCA}) = 30°$

$|AC| = 6$ cm

$|AB| = x$ cm



Yukarıda verilenlere göre, $|AB| = x$ kaç cm dir?

A) $3\sqrt{3}$ B) A) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

39. $\dfrac{1}{\cos x} + \dfrac{1}{\sin x} = 2\sqrt{6}$ denklemini sağlayan dar açı x aşağıdakilerden hangisidir?

A) 15 B) 25 C) 30 D) 35 E) 45

40. $\dfrac{\cos 2a}{1 - \tan^2 a}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin^2 a$ B) $\cos^2 a$ C) $\tan^2 a$

D) $1 + \sin^2 a$ E) $1 + \tan^2 a$

41. $\left(\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}\right)^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $-1 + \sqrt{3}$ E) $1 + \sqrt{3}$

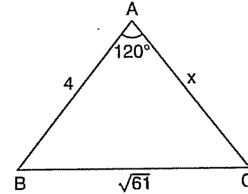
42. ABC bir üçgen

$m(\widehat{BAC}) = 120°$

$|AB| = 4$ cm

$|BC| = \sqrt{61}$ cm

$|AC| = x$ cm



Yukarıdaki verilenlere göre, $|AC| = x$ kaç cm dir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

43. $|AB| = 3$ birim

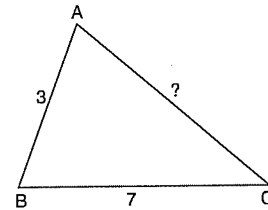
$|BC| = 7$ birim

Yandaki verilen ABC üçgeninde

$m(\widehat{ABC}) < 60°$

olduğuna göre,

$|AC|$ kaç birim olabilir?



A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

44. $\dfrac{1}{1 - \cos x} - \dfrac{1}{1 + \cos x} = \dfrac{4}{3}$ denklemini sağlayan x dar açısı kaç derecedir?

A) 25 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

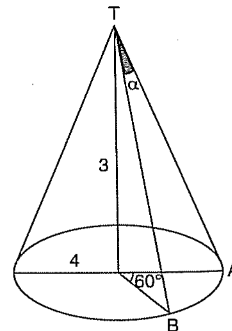
45. Şekildeki dönel koninin tepesi T, taban merkezi O, yüksekliği 3 cm, taban yarıçapı 4 cm dir. Çember üzerindeki A ve B noktaları O ve T ye birleştirilmiştir.

$m(\widehat{AOB}) = 60°$

$m(\widehat{ATB}) = \cos \alpha$

olduğuna göre,

$\cos \alpha$ değeri kaçtır?



A) $\frac{17}{25}$ B) $\frac{19}{25}$ C) $\frac{21}{25}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

46. O merkezli birim çember

A, B çember üzerinde

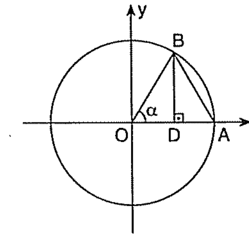
$A \in Ox$ ekseni

$[BD] \perp [OA]$

$m(\widehat{BOD}) = \alpha$

Şekildeki O merkezli birim çemberde

$\cos \alpha = |AB|$ olduğuna göre, $|AB|$ kaç birimdir?



A) $\sqrt{3} + 2$ B) $\sqrt{3} + 1$ C) $\sqrt{3}$

D) $\sqrt{3} - 1$ E) $\sqrt{3} - 2$

47. $\sin 2x = a$ olduğuna göre, $(\sin x + \cos x)^2$ ifadesinin a türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a + 1$ B) $2a + 1$ C) $2a + 2$

D) $a^2 + 1$ E) $2a^2 + 1$

48. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ olduğuna göre, tan x kaçtır?

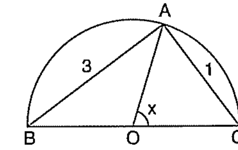
A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) -1 D) $-\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

49. O noktası yarım çemberin merkezi

$|AB| = 3$ cm

$|AC| = 1$ cm

$m(\widehat{AOC}) = x$



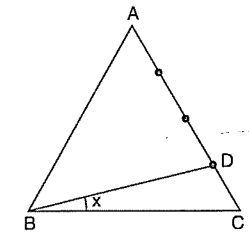
Yukarıdaki verilere göre, sin x kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{3}{10}$

50. $|DC| = \frac{1}{4}|AC|$

$m(\widehat{DBC}) = x$

Şekildeki ABC üçgeni bir eşkenar üçgen olduğuna göre, tan x kaçtır?



A) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{7}$ C) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

51. $\dfrac{\tan 60°}{\sin 20°} - \dfrac{1}{\cos 20°}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

52. $\dfrac{1 + \cos 40°}{\cos 55°.\cos 35°}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos 20°$ B) $2\cos 20°$ C) $4\cos 20°$

D) $\cos 40°$ E) $2\cos 40°$

53. $f : R \to R$ fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 2\sin x & , \quad \sin x \geq 0 \quad \text{ise} \\ 0 & , \quad \sin x < 0 \quad \text{ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor. Buna göre, $(-\pi, \pi)$ açık aralığının f altındaki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-2, 2]$ B) $(-1, 2)$ C) $[0, 1]$

D) $(0, 2)$ E) $[0, 2]$

54. $3\sin x - 4\cos x = 0$ olduğuna göre $|\cos 2x|$ değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{7}{25}$ E) $\frac{9}{25}$

55. $\dfrac{(\sin x - \cos x)^2}{\cos x} + 2\sin x$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{\cos x}$ B) $\frac{1}{\sin x}$ C) 1

D) arcsinx E) arccosx

1.B	2.E	3.A	4.A	5.C	6.E	7.D	8.A	9.E	10.A	11.E	12.C	13.B	14.A	15.A
16.B	17.B	18.E	19.D	20.C	21.A	22.A	23.C	24.C	25.E	26.C	27.D	28.A	29.A	30.D
31.C	32.E	33.A	34.B	35.D	36.C	37.E	38.D	39.A	40.B	41.B	42.A	43.B	44.D	45.A
46.D	47. A	48.C	49.C	50.B	51.A	52.C	53.E	54.D	55.A					

TRİGONOMETRİ

ÖDEV KİTAPÇIĞI

Bu kitabın her hakkı saklıdır ve DOĞAN YAYINCILIK DAĞ. VE EĞT. KUR. Tic. Ltd. Şti.'ne aittir. Kitabın tamamı ya da bir bölümü hiçbir şekilde izinsiz basılamaz ve çoğaltılamaz.

TEST 1 — TEMEL KAVRAMLAR

1. 3945 saniyelik açının derece, dakika ve saniye cinsinden eşiti nedir?

A) 1° 5′ 45″ B) 1° 5′ 42″ C) 1° 4′ 45″ D) 1° 12′ 45″ E) 2° 6′ 45″

2. 4°12′20″ lik açı kaç saniyedir?

A) 16520″ B) 16050″ C) 15730″ D) 15140″ E) 14890″

3. $m(\widehat{A}) = 28° 36' 14''$

$m(\widehat{B}) = 43° 45' 52''$

olduğuna göre, $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B})$ kaçtır?

A) 82° 22′ 06″ B) 72° 22′ 06″ C) 74° 24′ 16″ D) 64° 32′ 16″ E) 64° 42′ 26″

4. $m(\widehat{A}) = 32° 16' 08''$ ve $m(\widehat{B}) = 64° 23' 52''$ olduğuna göre, C açısının ölçüsü nedir?

A) 80° 36′ 12″ B) 80° 48′ 08″ C) 81° 20′ D) 81° 38′ 33″ E) 83° 20′

5. $m(\widehat{A}) = 42° 16' 28''$ ve $m(\widehat{B}) = 10° 08' 12''$ olduğuna göre, $\frac{1}{2}m(\widehat{A}) + 3m(\widehat{B})$ toplamı nedir?

A) 49° 36′ 13″ B) 49° 36′ 48″ C) 50° 08′ 48″ D) 51° 21′ 34″ E) 51° 32′ 50″

6. 1880 derecelik açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

7. 3195 derecelik açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{6}$

8. $-\frac{\pi}{6}$ açısının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 95 B) 110 C) 150 D) 210 E) 330

9. 1520 gradlık bir açının esas ölçüsü kaç graddır?

A) 140 B) 150 C) 210 D) 240 E) 320

10. 1560 derecelik bir açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

11. −1250 derecelik bir açının esas ölçüsü kaç derecedir?

A) 120 B) 140 C) 170 D) 190 E) 210

12. $-\frac{50\pi}{7}$ açısının radyan olarak esas ölçüsü nedir?

A) $\frac{6\pi}{7}$ B) $\frac{5\pi}{7}$ C) $\frac{4\pi}{7}$ D) $\frac{3\pi}{7}$ E) $\frac{\pi}{7}$

13. 240 derecelik merkez açıyı gören yay kaç radyandır?

A) $\frac{2\pi}{3}$ B) π C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

14. $A = \frac{1+\cos 7x}{2}$ eşitliğine göre, A nın değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $0 \le A < 2$ B) $-2 \le A \le 2$ C) $-1 \le A \le 1$ D) $0 \le A \le 1$ E) $-1 \le A \le 0$

15. $\sin\theta = \frac{a+3}{4}$ olduğuna göre, a nın alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

A) −7 B) −6 C) −4 D) 3 E) 8

16. $\sin 9x = 2a - 5$ olduğuna göre, a için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $-1 \le a \le 1$ B) $-1 \le a \le 0$ C) $0 \le a \le 1$ D) $2 \le a \le 3$ E) $1 \le a \le 3$

17. $\sin^2 x = \frac{a-1}{2}$ olduğuna göre, a nın alabileceği kaç tam sayı değeri vardır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

18. $(2\sin\theta + 6)\,.\,(4 - 2\sin\theta)$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

A) 16 B) 24 C) 25 D) 30 E) 35

19. $f(x) = 2\cos\theta + \sin\theta$ olduğuna göre, f(x) in en büyük değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) 3 E) $\sqrt{13}$

20. $f(x) = 4 - 5\sin 7x$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) −1 B) 1 C) 4 D) 9 E) 12

DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ	ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 2 — TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

1. $\sin\left(\frac{172\pi}{3}\right)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) −1 D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. sin (145°) , cos (155°) , tan (235°) , cot (315°) ifadelerinin sırasıyla işaretleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, +, − B) +, −, −, − C) −, +, +, − D) +, −, +, − E) −, −, +, −

3. cos (−215°) , sin (−40°) , tan (−165°) , cot (195°) ifadelerinin sırası ile bölgelere göre, işareti aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, −, − B) +, +, +, − C) +, −, −, + D) −, −, +, + E) −, +, +, −

4. sin (88°) , tan (188°) , cot (310°) , cos (278°) ifadelerinin sırasıyla işaretleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, +, −, + B) −, +, −, + C) +, −, −, − D) −, +, +, − E) +, −, +, −

5. a = sin 110° . cos130°
b = cos 210° . sin 220°
c = cos 200° . sin 150°
olduğuna göre, a, b, c nin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) +, −, + B) +, +, − C) +, +, + D) −, −, − E) −, +, −

6. a = sin 312°
b = cos 230°
c = tan 251° olduğuna göre, a, b, c nin sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) c < a < b B) b < a < c C) b < c < a D) a < c < b E) a < b < c

7. a = sin 80°
b = cos 160°
c = tan 265° olduğuna göre, a, b, c arasındaki doğru sıralama hangisidir?

A) a > b > c B) b > a > c C) a > c > b D) c > a > b E) c > b > a

8. a = sin 85° , b = sin 77°
c = cos 3° , d = cos 348°
olduğuna göre, a, b, c, d arasındaki doğru sıralama aşağıdakilerden hangisidir?

A) b < d < a < c B) d < b < a < c C) d < b < c < a D) c < b < a < d E) d < c < a < b

9. x = cos 100° , z = sin 280°
y = cos 190° , t = sin 370°
olduğuna göre, x, y, z, t için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) t > y = z > x B) t > x > y = z C) t > z > y > x D) t > y > z > x E) y = z > t > x

10. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\tan\theta < 0$ B) $\sec\theta < 0$ C) $\cos\theta < 0$ D) $\sin\theta > 0$ E) $\text{cosec}\,\theta < 0$

11. Aşağıdakilerden hangisi en küçüktür?

A) cos(–275°) B) –cos(145°) C) cos(70°) D) –cos(205°) E) sin(25°)

12. Aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

A) $\cos\left(\frac{7\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$

B) $\cot(2\pi+\alpha)=\cot\alpha$

C) $\tan(9\pi+\alpha)=-\cot\alpha$

D) $\sin(6\pi-\alpha)=-\cos\alpha$

E) $\cos\left(\frac{11\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha$

13. $\sin\left(\theta-9\pi+\frac{\pi}{2}\right)-4\cos\theta+3\cos(\theta-7\pi)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-8\cos\theta$ B) $-7\cos\theta$ C) $-4\sin\theta$ D) $4\cos\theta$ E) 0

14. $0<\theta<\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $\cos\theta\,.\,\sin\alpha<0$ B) $\sin\theta\,.\,\tan\alpha>0$

C) $\tan\alpha\,.\,\sec\theta<0$ D) $\sec\theta\,.\,\mathrm{cosec}\,\alpha<0$

E) $\cot\alpha\,.\,\tan\theta>0$

15. $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ ve $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$ olduğuna göre, $\tan^3\left(\frac{21\alpha}{8}\right)$nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ E) –1

16. $\frac{\sin(-x)-2\sin x-\cos x+\cos(-x)}{\cot(-x)\,.\,\tan(-x)}$ ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) –sin x B) cos x – sin x C) –3sin x D) –3cos x E) 0

17. $\frac{3\pi}{2}<x<y<2\pi$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) cos x < cos y B) cot x > cot y

C) cosec x < sec y D) sin x < sin y

E) tan x > tan y

18. $\pi<a<b<\frac{3\pi}{2}$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) tan a > tan b B) tan a < sin b

C) cos a < cos b D) cot a < cot b

E) sin a < sin b

19. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ ve $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima yanlıştır?

A) $\tan\theta+\cot\alpha=0$ B) $\cos\theta-\cos\alpha=0$

C) $\sin\theta+\cos\alpha=0$ D) $\sin\theta-\tan\alpha=0$

E) $\sin\theta-\sin\alpha=0$

20. $$\frac{\cos\left(\alpha-\frac{21\pi}{2}\right).\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)}{\sin\left(\frac{7\pi}{2}+\alpha\right).\sin\left(\alpha-\frac{21\pi}{2}\right)}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\cos^2\alpha$ B) $-\tan^2\alpha$ C) $\sin^2\alpha$ D) 1 E) –1

DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ	ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 3 — TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

1. (1 – cos x).(1 + sec x) . cot x ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) tan x B) cot x C) cos x D) sin x E) cosec x

2. $\frac{1}{\tan x+1}+\frac{1}{\cot x+1}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) –1 C) cos x D) sin x E) tan x

3. $\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}-\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 2cos x B) sin x C) 2cot x D) 2tan x E) 2cosec x

4. $\frac{\sin^3x+\cos^3x}{\sin x+\cos x}+\frac{\sin^3x-\cos^3x}{\sin x-\cos x}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $\frac{(\tan x+\cot x)\,.\,\sec x}{\sec^2x+\mathrm{cosec}^2x}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) sin x B) sec x C) cosec x D) cos x E) tan x

6. $\frac{\sec x+\mathrm{cosec}\,x}{\tan x+\cot x}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) sin x – cos x B) tan x – cot x C) cos x D) 1 E) sin x + cos x

7. $\frac{\sin x}{\mathrm{cosec}\,x}+\frac{\cos x}{\sec x}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) tan x B) cot x C) sin x D) cos x E) 1

8. $\frac{\cos^2x-1+\sin^2x+8}{3-\sin^2x-\cos^2x}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

9. $\sec x-\frac{\cos x}{1+\sin x}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) tan x B) cot x C) sin x D) cos x E) sec x

10. $\frac{\sin x.\cos x}{\tan x.(1-\sin x)}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos^2x$ B) 1 – sin x C) $\sec^2x$ D) 1 + sin x E) sin 2x

11. $\dfrac{\sin^3x-\cos^3x}{(\sin x-\cos x)\,(1+\sin x.\cos x)}$ ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos x.\sin x$ B) $\cos x+\sin x$ C) $\sin x$ D) 1 E) $\cos x$

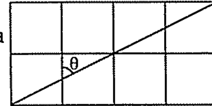
12. $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ olmak üzere, $\cot\theta=\dfrac{1}{3}$ olduğuna göre, $(\sin\theta\,.\,\cos\theta)$ çarpımının değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{10}$

13. $\left(2\cot x-\dfrac{3}{\tan x}\right)\left(\dfrac{4}{\cot x}+5\tan x\right)$ ifadesinin sonucu kaçtır?

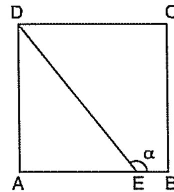
A) −12 B) −10 C) −9 D) 9 E) 10

14. Yanda görülen dikdörtgen sekiz özdeş kareden oluştuğuna göre, $\tan\theta$ kaçtır?



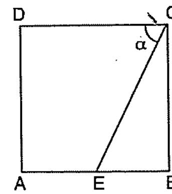
A) 4 B) 3 C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

15. ABCD bir kare
|AE| = 3|EB|
$m(\widehat{DEB})=\alpha$
olduğuna göre, $\cot\alpha$ kaçtır?



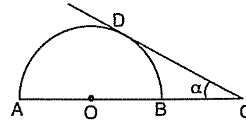
A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) $-\frac{5}{3}$ E) $-\frac{5}{4}$

16. ABCD karesinde
2|EB| = 3|AE|
$m(\widehat{DCE})=\alpha$
olduğuna göre, $\cot\alpha$ kaçtır?



A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{5}{2}$

17. Şekildeki O merkezli [AB] çaplı yarım çember [CD ışınına D noktasında teğettir.

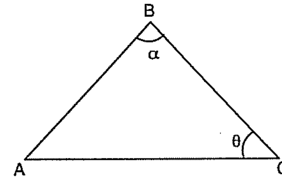


$m(\widehat{DCA})=\alpha$

|AB| = 6 br , |BC| = 2 br olduğuna göre, $\tan\alpha$ kaçtır?

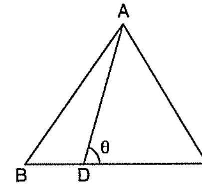
A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

18. ABC üçgeninde
|AB| = |BC|
$m(\widehat{ABC})=\alpha$
$m(\widehat{BCA})=\theta$
$\tan\alpha=\dfrac{3}{4}$ olduğuna göre, $\cot\theta$ kaçtır?



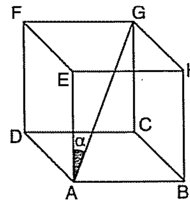
A) $\frac{2}{3}$ B) 2 C) 3 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

19. ABC eşkenar üçgeninde
|BC| = 4|BD|
$m(\widehat{ADC})=\theta$
olduğuna göre, $\tan\theta$ kaçtır?



A) $4\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) 1

20. Şekildeki küpte $m(\widehat{EAG})=\alpha$ olduğuna göre, $\sin\alpha$ kaçtır?



A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $\sqrt{2}$

DOĞRU YANLIŞ BOŞ ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 4 TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

1. $\cot 55°=a$ olduğuna göre, $\tan(-145°)-\tan(145°)$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) a C) −2a D) 2a E) a^2

2. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$
B) $\sin(180°+\alpha)=-\sin\alpha$
C) $\cos(270°+\alpha)=\sin\alpha$
D) $\tan(180°-\alpha)=\tan\alpha$
E) $\tan(270°-\alpha)=\cot\alpha$

3. $f(x)=\sin x+\cos x+2\tan^2x+\cot x$ olduğuna göre, $f(\frac{3\pi}{4})$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) −1 B) 0 C) 1 D) 2 E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. $\pi<\theta<\dfrac{3\pi}{2}$ ve $\cot\theta=\dfrac{1}{2}$ olduğuna göre, $\dfrac{\cos\theta+3\sin\theta}{2\sin\theta-5\cos\theta}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 5 B) 3 C) 2 D) −2 E) −7

5. $\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$ olmak üzere, $\sqrt{1-\sin^2\theta}+5\cos\theta+\sin\theta=0$ dır.

Buna göre, $\sec\theta$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sqrt{37}$ B) $-\sqrt{17}$ C) $-\sqrt{15}$ D) $-\sqrt{13}$ E) $-\sqrt{7}$

6. $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ ve $\tan x=2$ olduğuna göre, $\sin^2x-\sin x.\cos x$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{13}{10}$ B) $-\frac{7}{10}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{7}{10}$

7. $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ ve $\sin x=\dfrac{1}{3}$ olduğuna göre, $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

8. $\dfrac{\sin(-840°)\,.\,\cos(1140°)}{\tan(420°)\,.\,\cot(660°)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. $f(x)=\dfrac{1}{\tan x+\cot x}$ olduğuna göre, $f\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) 1 E) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

10. $\pi<\theta<\dfrac{3\pi}{2}$ ve $\cot\theta=\tan\theta$ olduğuna göre, $\sin\theta$ değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) −1 D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. $x = -\sin 173°$
$y = \cos 102°$
$z = \cos 112°$
olduğuna göre, x, y, z nin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $z < y < x$ B) $x < z < y$ C) $x < y < z$
D) $y < x < z$ E) $z < x < y$

12. $\tan(x - y) = \cot(3y - x)$ olduğuna göre, siny nin değerlerinden birisi hangisidir?

A) $-\frac{\sqrt3}{2}$ B) $-\frac{\sqrt2}{3}$ C) $\frac{\sqrt2}{2}$ D) $\frac{\sqrt3}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

13. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\sin(\pi) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$
B) $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)$
C) $\cos(42°) = \cos(-42°)$
D) $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos 0°$
E) $\cos(-50°) = -\cos(50°)$

14. $90° < \theta < 180°$ olduğuna göre, $\sqrt{1-\sin\theta}\,.\,\sqrt{1+\sin\theta}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos\theta$ B) $-\cos\theta$ C) $\sin\theta$
D) $-\sin\theta$ E) $1-\sin\theta$

15. $\sec\left(\frac{19\pi}{6}\right) + \mathrm{cosec}\left(\frac{19\pi}{6}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{2}{\sqrt3}-1$ B) $\frac{2}{\sqrt3}+1$ C) $-2-\frac{2}{\sqrt3}$
D) $-2+\frac{2}{\sqrt3}$ E) $-1-\frac{3}{\sqrt3}$

16. $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ ve $\cos\theta = \frac{12}{13}$ olduğuna göre, $\cot\theta$ nın değeri kaçtır?

A) $-\frac{12}{13}$ B) $-\frac{5}{13}$ C) $-\frac{12}{5}$ D) $-\frac{5}{12}$ E) $\frac{24}{13}$

17. $\tan 15° = a$ olduğuna göre, $\frac{\tan 105° + \tan 195°}{\tan 315° + \tan 75°}$ ifadesinin a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a - 1$ B) $-a - 1$ C) $1 - a$
D) $a + 1$ E) $a^2 - 1$

18. $\sin 80° = a$ olduğuna göre, $\frac{2\cos 190°}{\sin(170°) + \cos(-280°)}$ ifadesinin a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

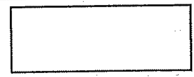
A) $\frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{1-a^2}}$ C) $\frac{-a}{\sqrt{1-a^2}}$
D) $\frac{-a}{\sqrt{a^2-1}}$ E) $\frac{-1}{\sqrt{1-a^2}}$

19. $\tan 25° = a$ olduğuna göre, $\frac{\tan 335° - \tan 115°}{\tan 25° - \tan 335°}$ ifadesinin a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a^2-1}{2a}$ B) $\frac{a^2+1}{2a^2}$ C) $\frac{2a^2-1}{a+1}$
D) $\frac{1-a^2}{2a^2}$ E) $\frac{2a^2-1}{2a}$

20. $\cos 70° = m$ olduğuna göre, cot 20° nin m cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $m - 1$ B) $\frac{1-m^2}{2}$ C) $\frac{\sqrt{1-m}}{m}$
D) $\frac{\sqrt{1-m^2}}{m}$ E) $\sqrt{1-m^2}$

 DOĞRU  YANLIŞ  BOŞ  ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 5 — TEOREMLER

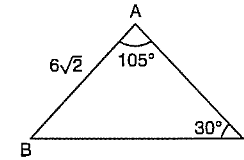
1. ABC üçgeninde, $|AB| = 8$ br, $|AC| = 2\sqrt3$ br, $m(\widehat{BAC}) = 150°$ olduğuna göre, Alan(ABC) kaç birimkaredir?

A) $4\sqrt3$ B) $8\sqrt3$ C) $8\sqrt2$ D) $10\sqrt2$ E) 8

2. ABC üçgeninde, $m(\widehat{B}) = 120°$, $m(\widehat{C}) = 15°$ ve $b = 6$ br olduğuna göre, a kenarı kaç birimdir?

A) $\sqrt6$ B) $2\sqrt6$ C) $3\sqrt6$ D) $4\sqrt3$ E) $5\sqrt2$

3. ABC üçgeninde,
$|AB| = 6\sqrt2$ br
$m(\widehat{BAC}) = 105°$
$m(\widehat{ACB}) = 30°$



olduğuna göre, |AC| kaç birimdir?

A) $12\sqrt3$ B) $12\sqrt2$ C) 12 D) 8 E) 6

4. ABC üçgeninde, $m(\widehat{ABC}) = 120°$ ve $|AC| = 6$ br olduğuna göre, çevrel çemberin yarıçapı kaç birimdir?

A) $\sqrt3$ B) $2\sqrt3$ C) $3\sqrt3$ D) $4\sqrt3$ E) $5\sqrt3$

5. ABC üçgeninde, $m(\widehat{ABC}) = 60°$, $|AB| = 6$ br, $|BC| = 8$ br olduğuna göre, |AC| kaç birimdir?

A) $2\sqrt7$ B) $3\sqrt{11}$ C) $2\sqrt{13}$ D) $3\sqrt{10}$ E) $4\sqrt{15}$

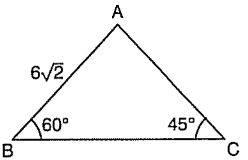
6. ABC üçgeninde, $m(\widehat{BAC}) = 30°$ ve $m(\widehat{ABC}) = 45°$, $a = 4$ br olduğuna göre, üçgenin b kenarı kaç birimdir?

A) $4\sqrt2$ B) $5\sqrt2$ C) $6\sqrt2$ D) $4\sqrt3$ E) $6\sqrt3$

7. ABC üçgeninde, $m(\widehat{BAC}) = 105°$, $m(\widehat{ABC}) = 30°$ ve $|AB| = 6$ br olduğuna göre, |AC| kaç birimdir?

A) 3 B) 4 C) $3\sqrt2$ D) $2\sqrt3$ E) $4\sqrt2$

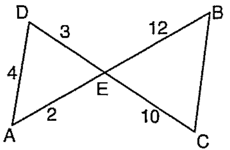
8. ABC üçgeninde,
$|AB| = 6\sqrt2$ br
$m(\widehat{ABC}) = 60°$
$m(\widehat{ACB}) = 45°$



olduğuna göre, |AC| kaç birimdir?

A) $6\sqrt3$ B) $6\sqrt2$ C) $3\sqrt3$ D) $4\sqrt6$ E) $6\sqrt6$

9. $[AB] \cap [CD] = \{E\}$
$|DE| = 3$ br
$|AD| = 4$ br
$|AE| = 2$ br
$|EC| = 10$ br
$|EB| = 12$ br olduğuna göre, Alan(EBC) kaç birimkaredir?



A) $15\sqrt{15}$ B) $16\sqrt{15}$ C) $12\sqrt{17}$ D) $13\sqrt{19}$ E) $16\sqrt{21}$

10. ABC üçgeninde, $|AC| = 6\sqrt2$ br, $m(\widehat{ABC}) = 30°$ olduğuna göre, çevrel çemberin çevresi kaç π birimdir?

A) $6\sqrt3$ B) $6\sqrt6$ C) $10\sqrt3$ D) $12\sqrt3$ E) $12\sqrt2$

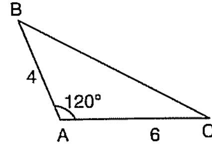
11. ABC üçgeninde, $|AB| = 3$ br, $|BC| = 7$ br, $|AC| = 5$ br olduğuna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

A) 100 B) 110 C) 120 D) 130 E) 150

12. Kenar uzunlukları $a = 8$ br , $b = 9$ br , $c = 7$ br olan ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

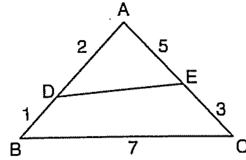
A) 24 B) $12\sqrt{6}$ C) $12\sqrt{5}$ D) $6\sqrt{13}$ E) $24\sqrt{2}$

13. ABC üçgeninde,
$|AB| = 4$ br
$|AC| = 6$ br
$m(\widehat{BAC}) = 120°$
olduğuna göre, $|BC|$ kaç birimdir?



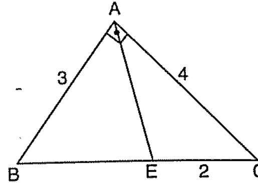
A) $\sqrt{56}$ B) $\sqrt{65}$ C) $\sqrt{73}$ D) $2\sqrt{19}$ E) $\sqrt{86}$

14. ABC üçgeninde,
$|AD| = 2$ br
$|AE| = 5$ br
$|EC| = 3$ br
$|BD| = 1$ br
$|BC| = 7$ br olduğuna göre, $|DE|$ kaç birimdir?



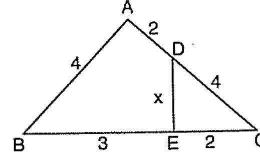
A) $\sqrt{13}$ B) $\sqrt{15}$ C) $\sqrt{17}$ D) $\sqrt{19}$ E) $\sqrt{21}$

15. ABC dik üçgeninde,
$[AB] \perp [AC]$
$|AB| = 3$ br
$|AC| = 4$ br
$|EC| = 2$ br
olduğuna göre, $|AE|$ kaç birimdir?



A) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ C) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{6}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{7}{\sqrt{5}}$

16. ABC üçgeninde,
$|AB| = |CD| = 4$ br
$|BE| = 3$ br
$|AD| = |CE| = 2$ br
olduğuna göre,
$|DE| = x$ kaç birimdir?



A) 2 B) 3 C) $2\sqrt{2}$ D) $3\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

17. ABC üçgeninde, $|AB| = 5$ br , $|AC| = 6$ br, $|BC| = \sqrt{91}$ br olduğuna göre, A açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 90 B) 120 C) 130 D) 150 E) 160

18. ABC üçgeninde, $2b = c\sqrt{2}$ ve $m(\widehat{ACB}) = 135°$ olduğuna göre, $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

A) 20 B) 30 C) 45 D) 60 E) 80

19. Bir üçgenin kenarlarının uzunlukları a, b, c dir.
$a^2 = b^2 + c^2 - bc$ olduğuna göre, bu ABC üçgeninin A açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 120 B) 90 C) 60 D) 45 E) 30

20. Bir ABC üçgeninin kenarları arasında;
$a^2 - b^2 = c^2 + \sqrt{3}\,bc$ olduğuna göre, $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 120 E) 150

DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ	ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 6

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN PERİYODU VE GRAFİKLERİ

1. $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) π D) $\frac{2\pi}{5}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

2. $f(x) = 5 + \sin\left(\frac{x}{3} + 5\right)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) 3π E) 6π

3. $f(x) = \cos^6(-3x + 15)$ fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) 2π E) 3π

4. $f(x) = \cos^2\left(\frac{3\pi - 4x}{6}\right)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{3\pi}{2}$ B) π C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{3}$

5. $f(x) = \sin 2x + \cos 4x$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

6. $f(x) = \tan\left(\frac{5x+7}{2}\right) + \cot\left(\frac{7x-3}{5}\right)$ fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 35π B) 25π C) 15π D) 14π E) 10π

7. $f(x) = \sin^2(5x + 3) + \cos^3(6x + 7)$ fonksiyonunun esas periyodu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

8. $f(x) = \sin^2(x+9) - \tan(x+5)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{6}$

9. $f(x) = \cot^3(3x+5) + \tan(4x)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

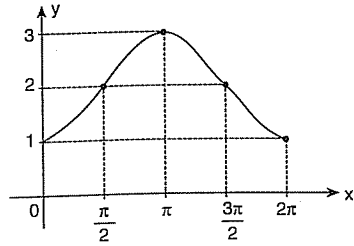
10. $f(x) = \tan^3(2x+1) + \cot^3(2x-1)$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) π B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{6}$

11. $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

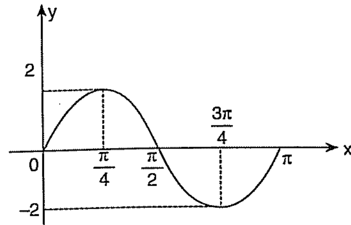
12.



y = f(x) fonksiyonuna ait grafik verilmiştir. Buna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) y = 2cos x
B) y = 2 + cos x
C) y = 1 − cos x
D) y = 2 − cos x
E) y = 3cos x

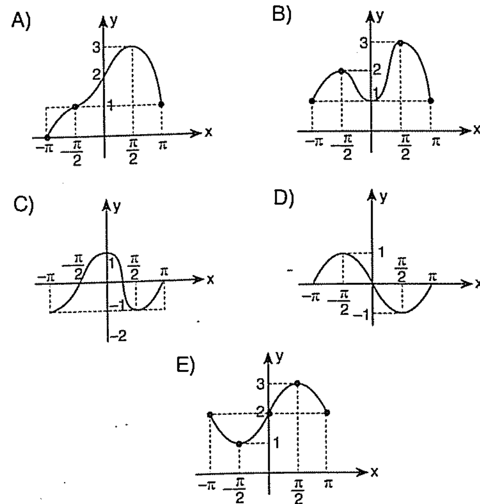
13.



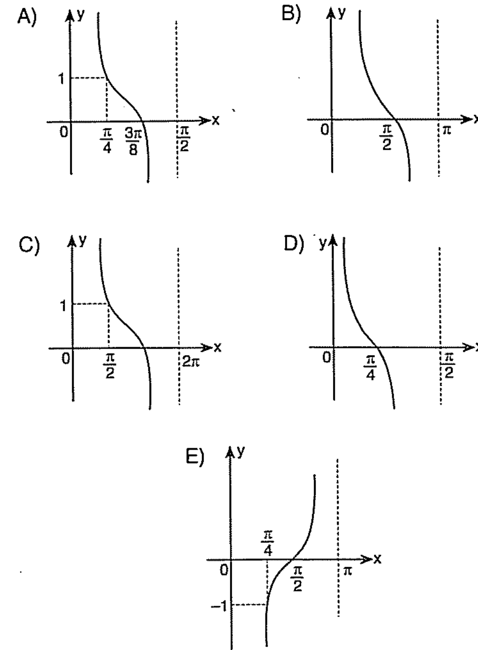
y = f(x) fonksiyonuna ait grafik verilmiştir. Buna göre f(x) aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) y = sin x
B) y = sin 2x
C) y = 2sin 2x
D) $y = \sin\frac{x}{2}$
E) y = 2sin 2x + 1

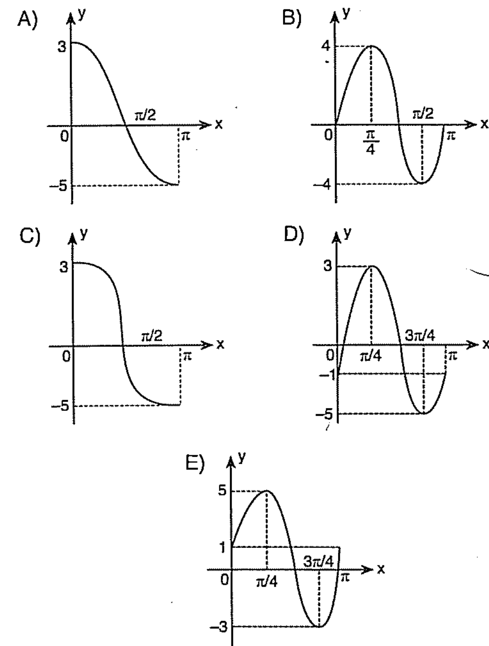
14. y = f(x) = sin x + 2 fonksiyonunun [−π, π] aralığındaki grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



15. f(x) = cot 2x + 1 fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



16. f(x) = 4sin 2x − 1 fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



DOĞRU | YANLIŞ | BOŞ | ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 7 — TOPLAM VE FARK FORMÜLLERİ

1. cos 40° . sin 200° + cos 200°.sin 40° ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $\frac{\cos 88° . \cos 28° + \cos 178° . \sin 208°}{\cos 236° . \sin 34° - \sin 124° . \sin 56°}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) 1

3. 0 < θ < 90° ve $\cos\theta = \frac{\sin 6° . \sin 8° - \cos 6° . \cos 8°}{4\sin^2 7° - 2}$ olduğuna göre, θ kaç derecedir?

A) 15 B) 20 C) 30 D) 45 E) 60

4. $\frac{\tan 30° . \cos 10° - \sin 10°}{\tan 60° . \sin 20°}$ ifadesinin değeri kaçtır?

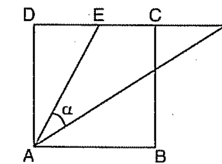
A) −2 B) −1 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

5. ABCD bir kare,

|DE| = |EC| = |CF|

m($\widehat{EAF}$) = α olduğuna göre,

tan α kaçtır?



A) $\frac{4}{7}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{7}$

6. ABC üçgeninde,

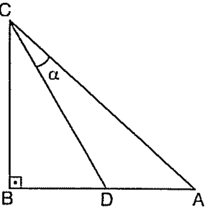
[AB] ⊥ [BC]

$|AD| = |DB| = \frac{|DC|}{2}$

m($\widehat{ACD}$) = α

olduğuna göre,

tan α kaçtır?



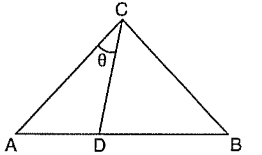
A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

7. ABC eşkenar üçgeninde,

3|AD| = 2|DB|

m($\widehat{ACD}$) = θ

olduğuna göre, tan θ kaçtır?



A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{7}$

8. $\frac{\sin 4x}{1+\cos 4x} . \frac{\cos 2x}{1+\cos 2x}$ ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) tan x B) cot x C) cos x D) sin x E) sec x

9. $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ve $\sin 2\theta = \frac{3}{4}$ olduğuna göre, sin θ − cos θ ifadesinin değeri kaçtır?

A) −1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

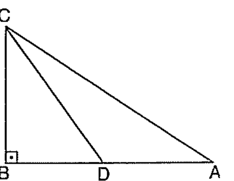
10. ABC üçgeninde,

[BC] ⊥ [BA]

|BC| = 2|DB|

|AB| = 6|DB|

olduğuna göre,



m($\widehat{BCD}$) + m($\widehat{CAB}$) toplamı kaç derecedir?

A) 90 B) 75 C) 60 D) 45 E) 30

11. $\sin 13° = m$ olduğuna göre, $\sin 64°$ ifadesinin m cinsinden değeri nedir?

A) $2m$ B) $2m + 1$ C) $2m^2$ D) $1 - 2m^2$ E) $2m^2 - 1$

12. $\dfrac{\tan^2 x - 1}{1 + \tan^2 x}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sec^2 x$ B) $-\sin 2x$ C) $-\cos 2x$ D) $\sin 2x$ E) $\cos 2x$

13. $\dfrac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x}$ ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cos x$ B) $\cos 2x$ C) $-\cos x$ D) $-\cos 2x$ E) $\sin 2x$

14. $\sin x - \cos x = \dfrac{1}{3}$ olduğuna göre, $\sin 2x$ in değeri kaçtır?

A) $\dfrac{1}{9}$ B) $\dfrac{2}{9}$ C) $\dfrac{5}{9}$ D) $\dfrac{7}{9}$ E) $\dfrac{8}{9}$

15. $\dfrac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ ve $2\tan\theta - 3\cot\theta = 0$ olduğuna göre, $\cos 2\theta$ nin değeri kaçtır?

A) $-\dfrac{1}{5}$ B) $-\dfrac{2}{3}$ C) $-\dfrac{1}{25}$ D) $\dfrac{1}{5}$ E) $\dfrac{1}{25}$

16. $\sin x = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ olduğuna göre, $\cos 2x$ in değeri kaçtır?

A) $\dfrac{3}{4}$ B) $\dfrac{1}{2}$ C) $\dfrac{1}{4}$ D) $-\dfrac{3}{4}$ E) $-\dfrac{1}{4}$

17. $\cos 2x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ve $\sin 2x = -\dfrac{1}{2}$ olduğuna göre, x kaç derecedir?

A) 60 B) 75 C) 90 D) 105 E) 120

18. $\cos 69° = a$ olduğuna göre, $\sin 48°$ ifadesinin a cinsinden değeri nedir?

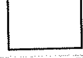
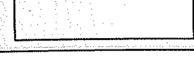
A) $2a^2$ B) a^2 C) $1 - 2a^2$ D) $a^2 - 1$ E) $2a^2 - 1$

19. $\cot\theta = \dfrac{3}{4}$ olduğuna göre, $\cos 2\theta$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\dfrac{24}{25}$ B) $\dfrac{5}{8}$ C) $-\dfrac{7}{25}$ D) $-\dfrac{12}{25}$ E) $-\dfrac{8}{25}$

20. $\sin 63° = a$ olduğuna göre, $\sin 36°$ nin a türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - a^2$ B) $1 - 2a^2$ C) $2a^2 - 1$ D) $2a^2 + 1$ E) $a^2 + 1$

 **DOĞRU**  **YANLIŞ**  **BOŞ**  **ÖĞRETMENİN KAŞESİ**

TEST 8 — TOPLAM VE FARK FORMÜLLERİ

1. $\dfrac{1 - \tan^2 15°}{\tan 15°}$ ifadesinin sayısal değeri kaçtır?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ E) $2\sqrt{3}$

2. $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$ ve $\sin x = \dfrac{4}{5}$ olduğuna göre, $\tan x - \cos x$ farkının eşiti kaçtır?

A) $-\dfrac{11}{15}$ B) $-\dfrac{1}{18}$ C) $\dfrac{1}{9}$ D) $\dfrac{1}{18}$ E) $\dfrac{1}{36}$

3. $\cot x + \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos x$ B) $\mathrm{cosec}\, x$ C) $\cot x$ D) $\sin x$ E) $\sec x$

4. $\dfrac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ olduğuna göre,

$\sqrt{\cos^2 x} - \sqrt{1 - \cos^2 x} - \sin x$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $\cos x - 2\sin x$ B) $\cos x + 2\sin x$ C) $\cos x + \sin x$ D) $\cos x$ E) $\sin x$

5. $x \in (\pi, \dfrac{3\pi}{2})$ ve $\tan x = \dfrac{a}{2}$ olduğuna göre,

$\sin(-x - \pi) + \cos(\dfrac{43\pi}{2} + x)$ ifadesinin sonucu nedir?

A) $-\dfrac{2}{\sqrt{a^2+4}}$ B) $-\dfrac{2a}{\sqrt{a^2+4}}$ C) 1 D) 0 E) $\dfrac{\sqrt{a^2+4}}{2}$

6. $13a = 90°$ olduğuna göre,

$\dfrac{\sin 5a.\cos 2a + \cos 5a.\sin 2a}{\cos 8a.\cos 2a + \sin 8a.\sin 2a}$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) 1 C) $\dfrac{3}{2}$ D) 2 E) $\dfrac{5}{2}$

7. $\dfrac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\sin x + \cos x}$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $\cos x - \sin x$ B) $\sin x + \cos x$ C) $\sin x$ D) $\cos x$ E) 1

8. $2x - y = \dfrac{\pi}{2}$ olduğuna göre,

$\dfrac{\sin(y - 2x)}{\cos(4x - 2y)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{1}{2}$ C) 1 D) $\dfrac{3}{2}$ E) 2

9. $\sin\theta = \dfrac{3}{5}$ olduğuna göre,

$\dfrac{\cos(\pi + \theta) + \sin(2\pi - \theta)}{\tan(\pi - \theta)}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $\dfrac{28}{15}$ B) $\dfrac{24}{5}$ C) $\dfrac{15}{7}$ D) $\dfrac{7}{4}$ E) 1

10. $a = \sin 40°$, $b = \cos 380°$, $c = \sin 110°$ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ D) $b < c < a$ D) $a < b = c$ E) $a = b < c$

11. $\tan x + \cot x = a$ olduğuna göre,

$\tan^3 x + \cot^3 x$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $a^3 - 3$ B) a^3 C) $a^3 + 3a$ D) $a^3 + 3$ E) $a^3 - 3a$

12. $f(x) = \sin 3x + \cos 6x$ olduğuna göre, $f(\frac{3\pi}{4})$ kaçtır?

A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

13. Aşağıdaki eşitliklerin hangisi yanlıştır?

A) $\sin(18\pi + \theta) = \sin\theta$

B) $\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) = \sin\theta$

C) $\tan(\frac{\pi}{2} + \theta) = \cot\theta$

D) $\tan(\frac{3\pi}{2} - \theta) = \cot\theta$

E) $\cot(7\pi - \theta) = -\cot\theta$

14. $\sin(\frac{3\pi}{2} + x) - \cos(\pi + x) - \sin(x - \pi)$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $2\cos x + \sin x$ B) $-\cos x$ C) $-\sin x$ D) $\cos x$ E) $\sin x$

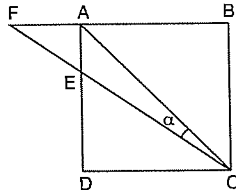
15. ABCD kare ve BCF üçgen

$5|FA| = |FB|$

$m(\widehat{ACF}) = \alpha$

olduğuna göre,

$\tan\alpha$ nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

16. $f(x) = \sqrt{3}\cos x - \sin x$ olduğuna göre, $f(\frac{\pi}{6})$ kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

17. Aşağıdakilerden hangisi sıfırdan farklıdır?

A) $\cos 20°.\cos 70° - \sin 20°.\sin 70°$

B) $\tan 3\pi.\sin\frac{5\pi}{2} - \sin\pi.\sin 3\pi$

C) $\frac{\tan 100° + \tan 80°}{1 - \tan 100°.\tan 80°}$

D) $\sin 20°.\cos 70° + \cos 20°.\sin 70°$

E) $\cos 5\pi + \cos 6\pi - \sin 4\pi$

18. $f(x) = \sin x - \cos 2x$ olduğuna göre, $f(\frac{\pi}{2} - x)$ nedir?

A) $\cos 3x$ B) $-\cos x$ C) $\cos x + \cos 2x$ D) $\cos x$ E) $\cos x - \cos 2x$

19. ABCD dikdörtgen,

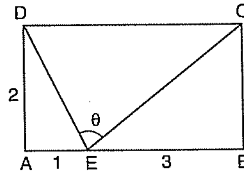
$|AE| = 1$ br

$|AD| = 2$ br

$|EB| = 3$ br

$m(\widehat{DEC}) = \theta$ olduğuna göre,

$\tan\theta$ kaçtır?



A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

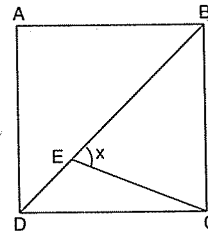
20. ABCD bir kare

$4|DE| = 3|EB|$

$m(\widehat{BEC}) = x$

olduğuna göre,

$\cos x$ kaçtır?



A) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 2

DOĞRU YANLIŞ BOŞ ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 9 TOPLAM VE FARK FORMÜLLERİ

1. $(\cos^2\frac{\pi}{8} - \sin^2\frac{\pi}{8})^2$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $x = \frac{\pi}{8}$ radyan olduğuna göre,

$\sin(2x + y).\cos(2x - y) + \cos(2x + y).\sin(2x - y)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

3. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ve $\sin x = 0,8$ olduğuna göre, $\sin 2x$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{24}{25}$ B) $\frac{12}{25}$ C) $-\frac{24}{25}$ D) $-\frac{12}{25}$ E) $-\frac{7}{25}$

4. $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = \tan x$ olduğuna göre,

$\sin 2x$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

5. $\sin 80° = a$ olduğuna göre, $\sin 70°$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $2a^2 - 1$ B) $2a^2$ C) $1 - a^2$ D) $a^2 - 1$ E) $1 - 2a^2$

6. $\sin 16° = a$ olduğuna göre, $\sin 58°$ ifadesinin eşiti nedir?

A) $1 - a^2$ B) $a^2 - 1$ C) $1 - 2a^2$ D) $2a^2 - 1$ E) $1 - 2a$

7. $\tan 2x = \frac{5}{12}$ olduğuna göre,

$2\cos^2 x$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{6}{13}$ B) $\frac{9}{13}$ C) $\frac{12}{13}$ D) $\frac{24}{13}$ E) $\frac{25}{13}$

8. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ve $2\cos^2 x = \frac{1}{13}$ olduğuna göre,

$\tan 2x$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{12}{13}$ B) $-\frac{5}{12}$ C) $\frac{5}{13}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{12}{13}$

9. $\frac{\sin 15°}{\sin 5°} - \frac{\cos 15°}{\cos 5°}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 3

10. $\tan 2x = 2$ olduğuna göre,

$\frac{\sin^2 2x - \cos^2 2x}{\sin 4x}$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

11. $0 < x < \frac{\pi}{4}$ ve $\cos 2x = \frac{1}{3}$ olduğuna göre,

sinx ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{5}$

12. $m(\widehat{ADC}) = a$

[BC] ⊥ [BD]

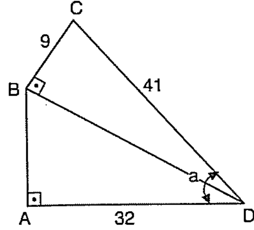
[AB] ⊥ [AD]

|BC| = 9 br

|CD| = 41 br

|AD| = 32 br

olduğuna göre, cos a kaçtır?



A) $\frac{133}{205}$ B) $\frac{142}{169}$ C) $\frac{157}{212}$ D) $\frac{174}{315}$ E) $\frac{272}{349}$

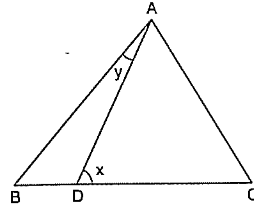
13. ABC eşkenar üçgeninde,

$m(\widehat{ADC}) = x$

$m(\widehat{BAD}) = y$

olduğuna göre,

cos(x – y) aşağıdakilerden hangisine eşittir?



A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

14. sin 20° = x olduğuna göre,

$\cos^2 70° - \sin 50°$ ifadesinin x cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 - 2x^2$ B) $3x^2 + 1$ C) $2 + 2x^2$

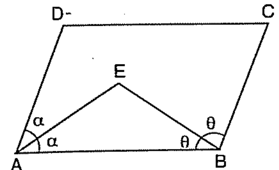
D) $3x^2 - 1$ E) $1 + x^2$

15. ABCD paralelkenarında

[AE] ve [BE] açıortaylardır.

$\frac{2\sin(2\alpha + \theta)}{\sin 2\alpha}$ ifadesinin

değeri nedir?



A) cosec(α + θ) B) cosec θ C) sec θ

D) cosec α E) sec α

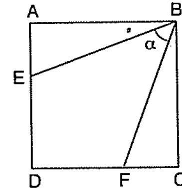
16. ABCD kare

5|AE| = 3|ED|

|DF| = 3|FC|

$m(\widehat{EBF}) = \alpha$

olduğuna göre,



$\frac{\sin 2\alpha + 2\sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + 2\cos \alpha}$

ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{19}{20}$ B) $\frac{20}{29}$ C) $\frac{29}{20}$ D) $\frac{20}{19}$ E) 1

17. ABC üçgeninin kenarları arasında $c^2 = (a - b)^2 + ab$ bağıntısı vardır. $m(\widehat{C}) = x$ olduğuna göre, $\sin\left(\frac{x}{2}\right)$ kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

18. BAD dik üçgeninde,

[AB] ⊥ [AD]

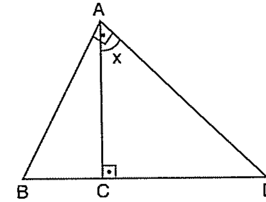
[AC] ⊥ [BD]

$m(\widehat{CAD}) = x$

|BD| = 4 br

olduğuna göre,

|AC| aşağıdakilerden hangisine eşittir?



A) sin 2x B) 4sin x C) 2sin 2x

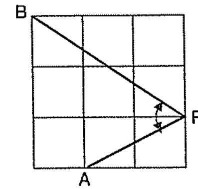
D) sin 2x + 1 E) cos 2x + 2

19. Şekilde dokuz eşit kare çizilmiştir.

$m(\widehat{BPA}) = \alpha$

olduğuna göre,

tan α kaçtır?



A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{8}{5}$ D) $\frac{9}{5}$ E) $\frac{7}{4}$

20. ABCD ve DEFG dikdörtgen,

|AC| = 6 br

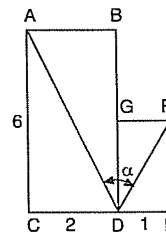
|CD| = 2 br

|DE| = 1 br

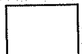
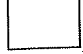
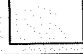
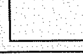
|EF| = 3 br

$m(\widehat{ADF}) = \alpha$

olduğuna göre, sin α kaçtır?



A) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ B) $\frac{6}{5\sqrt{10}}$ C) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{5}$

 DOĞRU  YANLIŞ  BOŞ  ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 10 DÖNÜŞÜM VE TERS DÖNÜŞÜM

1. $\frac{\sin 45° + \sin 15°}{\cos 45° + \cos 15°}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. sin 375° + sin 435° toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

3. $\frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos x}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) 1 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. sin x = m , cos x = n olduğuna göre, $\frac{\sin 5x - \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x}$ ifadesinin m ve n cinsinden değeri nedir?

A) $\frac{5m - 3n}{m + n}$ B) $\frac{2n}{3m}$ C) $\frac{2m}{3n}$

D) $\frac{n}{m}$ E) $\frac{m}{n}$

5. $\frac{\cos 5nx + \cos nx}{\sin 5nx + \sin nx}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tan nx B) cot 6nx C) cot 3nx

D) cot nx E) tan 6nx

6. $\frac{\sin 5x - \sin x}{\cos 5x - \cos x}$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) sin x B) cos x C) cos 3x

D) –sin 3x E) –cot 3x

7. $6x = \frac{\pi}{2}$ olmak üzere, $\frac{\sin 3x + \sin x}{\cos 2x \cdot \cos x}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{3}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) 2 E) 1

8. $\frac{1}{\sin 165°} + \frac{1}{\sin 75°}$ toplamının değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{6}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

9. $\frac{\sqrt{6}}{\cos 15° + \cos 75°}$ ifadesinin sayısal değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 2

10. $\frac{\sin(2a + b) + \sin(b)}{\cos(b) - \cos(2a + b)}$ ifadesinin sadeleşmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) tan a B) cot b C) cot a

D) cos b E) sin a

11. $\cos 36° - \sin 18°$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ C) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

12. $\cos(x - 30°) - \sin(60° + x)$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) -1 B) 0 C) 1 D) $\cos x$ E) $\sin x$

13. $\sin^4 75° - \cos^4 75°$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

14. $\sin\frac{\pi}{12} \cdot \sin\frac{5\pi}{12}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

15. $2\cos 54° \cdot \sin 24° - \sin 78°$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{2}$

16. $\frac{3}{\cos 80°} - 12\sin 70°$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 12

17. $\frac{\sin 100° \cdot \sin 10°}{\cos 70°}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{\sin 20°}$ B) $\sin 20°$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) -1

18. $4 \cdot \cos 45° \cdot \sin 15°$ ifadesinin değeri kaçtır?

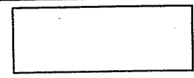
A) $\sqrt{3}+1$ B) $\sqrt{3}-1$ C) $2\sqrt{3}-1$ D) $3\sqrt{3}-2$ E) $4\sqrt{3}-4$

19. $\frac{\cos 10° \cdot \cos 50° \cdot \cos 70°}{\sin 15° \cdot \cos 15°}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{1}{4}$

20. $4 \cdot \sin 70° - \frac{1}{\sin 10°}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) $\sin 10°$

 **DOĞRU**  **YANLIŞ**  **BOŞ**  **ÖĞRETMENİN KAŞESİ**

TEST 11 — TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYON

1. $\arccos\left(\frac{1}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{12}$

2. $\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) π B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{6}$

3. $\arcsin(-1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{3}$ C) $-\frac{\pi}{4}$ D) $-\frac{\pi}{6}$ E) $-\frac{\pi}{15}$

4. $\sin\left(2\arccos\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

5. $\cos\left(\arccos\frac{4}{5}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

6. $\sin\left[\arccos\left(-\frac{3}{5}\right)\right]$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{3}$

7. $\sin\left[\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \arccos\left(\frac{1}{2}\right)\right]$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) 1

8. $\arcsin(-1) + \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaç radyandır?

A) $\frac{5\pi}{3}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $-\frac{\pi}{4}$ E) $-\frac{\pi}{3}$

9. $\cos\left(\arcsin\frac{3}{5} + \arctan\frac{5}{12}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{33}{65}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{8}{7}$ D) $\frac{65}{76}$ E) $\frac{71}{86}$

10. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{2}{3}\right)\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

11. $\cos\left(2\pi - 2\arctan\frac{1}{3}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

12. $\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \arctan(-1)$ toplamının değeri kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{12}$ B) $-\frac{\pi}{3}$ C) $-\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

13. $\arccos\left(\frac{1}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ toplamının değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{5\pi}{6}$ C) $\frac{3\pi}{4}$ D) $\frac{7\pi}{6}$ E) $\frac{7\pi}{4}$

14. $\sin\left(\arctan\frac{3}{4} - \text{arccot}\frac{5}{12}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{33}{65}$ B) $\frac{9}{13}$ C) $-\frac{56}{65}$ D) $-\frac{33}{65}$ E) $-\frac{65}{72}$

15. $\tan\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) 1 C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{3}{2}$

16. $\frac{2}{3}\text{arccot}\left(\frac{x+4}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) –7 B) –6 C) –5 D) –4 E) –1

17. $\arctan\left(\frac{x-1}{4}\right) = \text{arccot}\left(\frac{5}{x}\right)$ olduğuna göre, x kaçtır?

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 4 D) 5 E) 6

18. $2\arctan(x^2 - x - 7) + \frac{\pi}{2} = 0$ denklemini sağlayan x değerlerinin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–2, 1} B) {–1, 3} C) {–3, –2} D) {–2, 3} E) {–3, –1}

19. $\arctan(x - 1) + \arctan x = \frac{\pi}{4}$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–2, –1} B) {–1, 3} C) {–2, 1} D) {–1, 4} E) {1, 2}

20. $6\arcsin(2x + 1) - \pi = 0$ denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ	ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 12 — TRİGONOMETRİK DENKLEMLER

1. $\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki köklerinin toplamı kaçtır?

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{4\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{3}$ D) 2π E) $\frac{7\pi}{3}$

2. $\cos 2x = \cos x$ denkleminin $[0, 3\pi]$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\cos 65° = \sin(2x - 15°)$ denklemini sağlayan x dar açısı kaç derecedir?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

4. $\sin\left(\frac{12x - \pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{4}$ denkleminin en küçük pozitif kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{5\pi}{24}$ E) $\frac{\pi}{4}$

5. $\cos 4x + 2\cos^2 2x = 2$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki en küçük kökü kaçtır?

A) $\frac{\pi}{20}$ B) $\frac{\pi}{18}$ C) $\frac{\pi}{16}$ D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{8}$

6. $\tan 2x + 2\sin x = 0$ denkleminin $0 \le x \le 2\pi$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ olmak üzere, $\tan x = -\sqrt{3}$ olduğuna göre, x kaç derecedir?

A) 110 B) 120 C) 130 D) 150 E) 160

8. $3\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{6}$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 90° B) 75° C) 60° D) 45° E) 30°

9. $a = \frac{1}{b}$ olmak üzere, $a^{\sin x} = b^{\sin 2x}$ denkleminin bir kökü aşağıdakilerden hangisidir? $(b \neq 0)$

A) 30° B) 45° C) 120° D) 210° E) 315°

10. $x^2 + \sqrt{2}(\cos\theta + \sin\theta)x + 2\sin\theta.\cos\theta = 0$ denkleminin köklerinin kareleri toplamı kaçtır?

A) $\sqrt{2} + 1$ B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 3 E) 1

11. $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0$ denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 45° B) 90° C) 120° D) 180° E) 270°

12. $2\cot^2 x + \text{cosec}^2 x - 2 = 0$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç tane kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $2\cos x + 2\sin x = \dfrac{1}{\sin x}$ denkleminin [0°,360°] aralığında kaç kökü vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\sqrt{3}\cos 3x + \sin 3x = 2$ denkleminin en küçük pozitif kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10° B) 20° C) 30° D) 45° E) 60°

15. $\cos x - \sqrt{2} = \sqrt{3}\sin(-x)$ denkleminin, [0°,180°] aralığındaki kökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) {15°, 75°} B) {15°, 150°} C) {15°, 105°} D) {75° , 140°} E) {30° , 120°}

16. $2(\cos^2 x + 1) = 5\cos x$ denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ B) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$

C) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$ D) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$

E) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$

17. $0 < x < \pi$ olmak üzere, $1 - \sqrt{3}\tan x = 2$ denklemini sağlayan x kaç derecedir?

A) 30 B) 60 C) 120 D) 150 E) 160

18. $\tan 4x + \cot 4x + 2 = 0$ denkleminin en küçük pozitif kökü kaç radyandır?

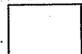
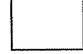
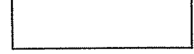
A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{3\pi}{16}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{5\pi}{16}$ E) $\frac{3\pi}{8}$

19. $\sin^2 x - 3\sin x.\cos x - 4\cos^2 x = 0$ olduğuna göre, tan x in değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

20. $\dfrac{\sin 2x - 1}{\sin x} = \dfrac{\cos 2x}{\cos x}$ denklemini sağlayan en küçük x kaç radyandır?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

 DOĞRU  YANLIŞ  BOŞ  ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 13 TRİGONOMETRİ (KARMA)

1. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}$ ve $\sqrt{5}.\sin x + \sqrt{5}.\cos x = 1$

olduğuna göre, tan 2x in değeri kaçtır?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

2. $\sec x - 2\sin x = 0$ denkleminin kökleri birim çemberin kaç farklı noktası ile eşlenir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

3. $\sin(x - 10°) = \cos 40°$

denkleminin [0°, 360°] aralığındaki köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 110° B) 120° C) 130° D) 135° E) 140°

4. $\sec^2 x - \tan x - 1 = 0$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç kökü vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. $\cos 2x + 3\cos x - 1 = 0$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7\pi}{6}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

6. $x^2 - (2\cos\alpha)x + 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$k \in Z$ ve $x_1 = x_2$ olduğuna göre, α nın alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{\alpha \mid \alpha = k.\frac{\pi}{4}, k \in Z\right\}$ B) $\left\{\alpha \mid \alpha = k.\pi, k \in Z\right\}$

C) $\left\{\alpha \mid \alpha = k.\frac{\pi}{2}, k \in Z\right\}$ D) $\left\{\alpha \mid \alpha = \frac{\pi}{3} + 2\pi.k, k \in Z\right\}$

E) $\left\{\alpha \mid \alpha = \frac{\pi}{4} + 2\pi.k, k \in Z\right\}$

7. $\sin 2x - \cos x = 0$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığında kaç kökü vardır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

8. $2\sin^2 x + \sin 2x = 0$

denkleminin $[0, 2\pi]$ aralığındaki çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

9. $\cos\frac{x}{5} + \sin\frac{x}{10} = 1$

denkleminin köklerinden biri kaç derecedir?

A) 30 B) 150 C) 200 D) 300 E) 450

10. $\sin x + \sqrt{3}.\cos x = \frac{1}{3}$ olduğuna göre, $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. $\sin 2x + \cos 2x = 1$

sağlayan x değerlerinden kaç tanesi $[0, 2\pi]$ aralığındadır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

12. $\cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ olduğuna göre, x kaç derece olabilir?

A) 45 B) 30 C) 25 D) 20 E) 15

13. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olduğuna göre,

$\cos^2 x - (\frac{\sqrt{3}}{2} + 2)\cos x + \sqrt{3} = 0$ denkleminin köklerinden biri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{9}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

14. $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ olduğuna göre, $8\sin^2 x - \frac{2}{\sqrt{3}}\sin 2x = 1$ köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

15. x bir reel sayı olduğuna göre, $n = 6^{\cos x}$ koşulunu sağlayan kaç tane n doğal sayısı vardır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

16. $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 2$

denkleminin bir kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 150° B) 140° C) 130° D) 120° E) 110°

17. $-2\sin^2 x - 5\cos x + 4 = 0$

denklemini sağlayan en küçük x açısı kaç derecedir?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 70

18. $\cot(4x - \frac{\pi}{3}).\tan 2x = 1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ B) $\frac{5\pi}{6} + k\pi$ C) $\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$

D) $\frac{\pi}{3} + k\pi$ E) $\frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

19. $a.\sin^2 x + b.\cos^2 x = 3 - 3\cos^2 x$ olduğuna göre,

(a − b) işleminin sonucu kaçtır?

A) 3 B) 2 C) 1 D) 0 E) −2

20. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2\cos(\pi - x) . \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

denklemini $[0, 2\pi]$ aralığında sağlayan kaç x değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ	ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 14 TRİGONOMETRİ (KARMA)

1. (−2775°) lik bir açının esas ölçüsü kaç radyandır?

A) $\frac{4\pi}{5}$ B) $\frac{7\pi}{9}$ C) $\frac{7\pi}{12}$ D) $\frac{6\pi}{14}$ E) $\frac{8\pi}{15}$

2. $f(x) = 3\cos x + 5\sin x$ olduğuna göre, f(x) in en büyük değeri kaçtır?

A) 5 B) $\sqrt{31}$ C) $\sqrt{34}$ D) 6 E) $\sqrt{37}$

3. $a + b = 90°$ ve $\tan^2 a + \tan^2 b = 7$ olduğuna göre,

tan a + cot a toplamının değerlerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 9 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. $\frac{\cos^2 x + 1 + \sin x}{\cos^2 x - 1 + 2\sin x}$ ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 + cosec x B) 1 + sec x C) 1 − sec x

D) 2cosec x E) 2sec x

5. $(\sin x + \cos x)^2 - (\cos x - \sin x)^2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 2 C) 2sin 2x

D) sin 2x E) cos 2x

6. sin x + cos x = m olduğuna göre, sin 2x in m türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $m^2 + 1$ B) $m^2 - 1$ C) $m^2 - 2$

D) m − 1 E) 2m

7. α dar açı olmak üzere, $\sin\alpha = \frac{3}{4}$ olduğuna göre, sin 3α nın değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{9}{16}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $-\frac{7}{12}$ E) $-\frac{1}{4}$

8. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x$

B) $\sin(\pi + x) = -\sin x$

C) $\sin(\frac{3\pi}{2} - x) = -\cos x$

D) $\sin(x - \pi) = \sin x$

E) $\sin(2\pi - x) = -\sin x$

9. ABD dik üçgen,

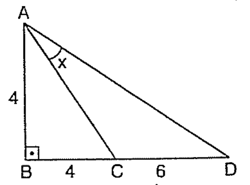
[AB] ⊥ [BD]

|AB| = |BC| = 4 br

|CD| = 6 br

$m(\widehat{DAC}) = x$

olduğuna göre, tan x kaçtır?



A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{3}{7}$

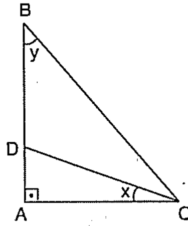
10. ABC üçgeninde,

[AB] ⊥ [AC]

|BD| = |DC|

$m(\widehat{DCA}) = x$

$m(\widehat{ABC}) = y$



$\tan x = \frac{7}{24}$ olduğuna göre,

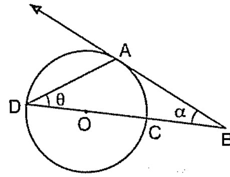
cos y kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

11. [BA, O merkezli çembere A noktasında teğettir.

$m(\widehat{ADB}) = \theta$

$m(\widehat{ABD}) = \alpha$



$\sin\theta = \frac{3}{5}$

olduğuna göre, cot α nın değeri kaçtır?

A) $\frac{12}{7}$ B) $\frac{15}{7}$ C) $\frac{20}{7}$ D) $\frac{24}{7}$ E) $\frac{26}{7}$

12. $\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{12}\cdot\sin\frac{5\pi}{6}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

13. $\cos(2\text{arccot}\,x) = \frac{1}{2}$ olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) 1 C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) $2\sqrt{3}$

14. $f(x) = \cos^2 6x + \sin^3 4x + \tan^2 3x$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) π D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

15. $\frac{\sin 28° + \cos 58°}{\cos 28° + \sin 58°}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

16. $4\arctan(x^2 - 3x - 3) - \pi = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–1, 4} B) {–4, 1} C) {–4, 2} D) {2, 3} E) {–4, 4}

17. |BE| = 5 br

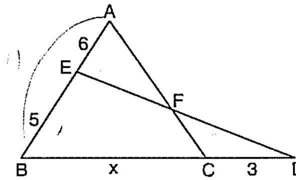
|EA| = 6 br

|CD| = 3 br

Alan(ABC) = Alan(BED)

olduğuna göre,

|BC| = x kaç birimdir?



A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 4 D) 5 E) $\frac{11}{2}$

18. $\sin 5x - \sin x = -2\sin x$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{x | x = k\pi,\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3},\ k \in Z\}$

B) $\{x | x = \frac{k\pi}{2},\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3},\ k \in Z\}$

C) $\{x | x = k\pi,\ k \in Z\}$

D) $\{x | x = 2k\pi,\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3},\ x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in Z\}$

E) $\{x | x = \frac{k\pi}{3},\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2},\ k \in Z\}$

 **DOĞRU**  **YANLIŞ**  **BOŞ**  **ÖĞRETMENİN KAŞESİ**

TEST 15 — TRİGONOMETRİ (KARMA)

1. $f(x) = 5\sin x - 12\cos x$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

2. $\sin^3 x - \cos^3 x = a$

$\sin x - \cos x = b$

olduğuna göre, sin x . cos x ifadesinin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a+b}{a}$ B) $\frac{a-b}{a}$ C) $\frac{a+b}{b}$ D) $\frac{-a-b}{b}$ E) $\frac{a-b}{b}$

3. $f(x - \frac{\pi}{2}) = \sin 3x$ olduğuna göre, f(x) nedir?

A) –cos 3x B) cos 3x C) –sin 3x D) sin 3x E) $\cos\frac{3x}{2}$

4. $\frac{\pi}{2} < x < y < \pi$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) sin y < sin x B) cos y < cos x C) cos (–x) > 0 D) sin (–x) < 0 E) tan x < tan y

5. $x - y = \frac{\pi}{3}$ olduğuna göre,

$\frac{\sin^2 x - \sin^2 y}{\sin(x+y)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) 1 D) 2 E) $\sqrt{3}$

6. $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ olduğuna göre,

$\sqrt{1+\sin 2x} + \sqrt{1-\sin 2x}$ ifadesinin sonucu nedir?

A) cos x B) sin x C) 2sin x D) 2cos x E) –2cos x

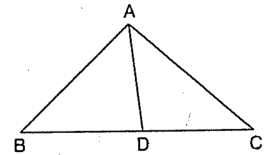
7. ABC üçgeninde,

|AD| = |BD| = |DC|

$m(\widehat{B}) = x$, $m(\widehat{C}) = y$,

$m(\widehat{A}) = z$ olduğuna göre,

sin x aşağıdakilerden hangisine eşittir?



A) cos z B) sin y C) sin z D) cos y E) 1

8. Aşağıdaki eşitliklerin hangisi yanlıştır?

A) $\sin(16\pi + \theta) = \sin\theta$

B) $\cos(\frac{7\pi}{2} + \theta) = \sin\theta$

C) $\tan(\frac{9\pi}{2} + \theta) = \cot\theta$

D) $\tan(\frac{7\pi}{2} - \theta) = \cot\theta$

E) $\cot(11\pi - \theta) = -\cot\theta$

9. ABC üçgeninde, $m(\widehat{A}) = 90°$, $m(\widehat{B}) = x$ ve $m(\widehat{C}) = y$

$\frac{\sin x}{\sin y} = \sqrt{3}$ olduğuna göre, $m(\widehat{C})$ kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

10. $\cot(\arcsin\sqrt{\frac{5}{14}})$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $3\sqrt{5}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

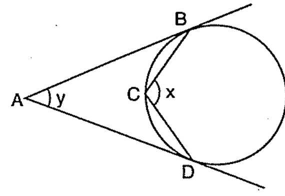
11. [AB ve [AD çembere B ve D noktasında teğet,

$m(\widehat{BCD}) = x$

$m(\widehat{BAD}) = y$

$\sin x = \frac{4}{5}$

olduğuna göre, cos y aşağıdakilerden hangisi olabilir?



A) $\frac{7}{25}$ B) $\frac{8}{25}$ C) $\frac{16}{25}$ D) $\frac{24}{25}$ E) $\frac{27}{25}$

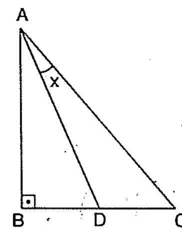
12. ABC dik üçgeninde,

[AB] ⊥ [BC]

$|DC| = \frac{|AB|}{3} = \frac{|AD|}{5}$

$m(\widehat{CAD}) = x$

olduğuna göre, tan x kaçtır?



A) $\frac{5}{21}$ B) $\frac{3}{20}$ C) $\frac{8}{21}$ D) $\frac{5}{24}$ E) $\frac{3}{29}$

13. $f(x) = \sin^2 4x + \cos^3 3x + \tan^2 \frac{5x}{2}$ fonksiyonunun esas periyodu kaçtır?

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

14. $\cos(\frac{\pi}{6} + x) = \sin x$ olduğuna göre, cot x in değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

15. $\frac{\sin 260° + \cos 260°}{\sin 280° - \cos 80°}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

16. ABCD dikdörtgen,

|BE| = 2 br

|EC| = 3 br

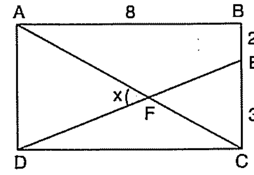
|AB| = 8 br

$m(\widehat{AFD}) = x$

olduğuna göre,

$\frac{1 - \cos 2x - \sin 2x}{\sin 2x - 2\cos^2 x}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\left(\frac{6}{7}\right)^2$ B) $\left(\frac{7}{6}\right)^2$ C) $\left(\frac{8}{7}\right)^2$ D) $\left(\frac{5}{8}\right)^2$ E) $\left(\frac{8}{5}\right)^2$

17. $\frac{\sin 70° + \sin 10°}{\cos 70° + \cos 10°}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tan 40° B) cot 40° C) sin 40° D) cos 40° E) sec 40°

18. $\sin 5x + \sin 9x = 2\cos 2x$

denkleminin genel çözümlerinden birisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5\pi}{42} + \frac{2k\pi}{7}$ B) $\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ C) $\frac{\pi}{14} + \frac{2k\pi}{7}$ D) $\frac{5\pi}{7} + 2k\pi$ E) $\frac{\pi}{42} + k\pi$

19. $[0, 2\pi]$ aralığında $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$ denklemini sağlayan kaç tane x değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

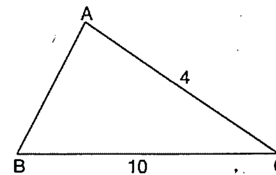
20. ABC üçgeninde,

|AC| = 4 br

|BC| = 10 br

$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{4}{5}$

olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?



A) 24 B) 12 C) 8 D) 6 E) 4

 DOĞRU  YANLIŞ  BOŞ  ÖĞRETMENİN KAŞESİ

TEST 16 TRİGONOMETRİ (KARMA)

1. $\frac{\sin(110° - 3x)}{\cos(3x - 20°)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

2. cos 40° (tan 40° + tan 50°) ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) sec 40° B) sec 50° C) sin 50° D) sin 40° E) cos 40°

3. ABC üçgeninde $m(\widehat{A}) = x$, $m(\widehat{B}) = y$, $m(\widehat{C}) = z$

$\tan x = 2$, $\cos y = \frac{3}{5}$ olduğuna göre, tan z kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

4. $\sin^2 \frac{x}{2} + \frac{\cos x}{2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 0

5. $\tan\theta = 3$ olduğuna göre, $\cos 2\theta$ nın değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{3}{5}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) $-\frac{1}{3}$

6. Bir ABC üçgeninde; $m(\widehat{B}) = x$, $m(\widehat{C}) = y$, $\tan x = 2$, $\tan y = 3$ olduğuna göre, A açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 90

7. $\sqrt{\dfrac{18\tan\frac{\pi}{8}}{1 - \tan^2\frac{\pi}{8}}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 8 E) 9

8. cos 10° + cos 110° + cos 130° ifadesinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) -1 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

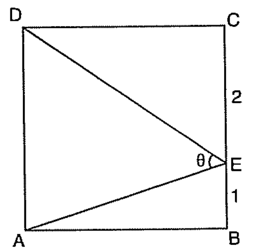
9. ABCD kare

|EC| = 2 br

|EB| = 1 br

$m(\widehat{AED}) = \theta$

olduğuna göre, tan θ kaçtır?

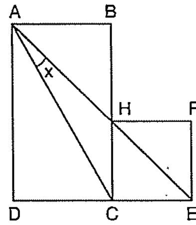


A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{6}{5}$ D) $\frac{9}{7}$ E) $\frac{13}{5}$

10. $\sin\left[2\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$ ifadesinin sonucu kaçtır?

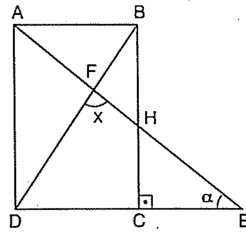
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $-\sqrt{3}$ E) $-\frac{1}{2}$

11. CEFH kare
ABCD dikdörtgen
$|CE| = 2a$
$|AD| = 5a$
$|CD| = 3a$
$m(\widehat{EAC}) = x$
olduğuna göre, cot x kaçtır?



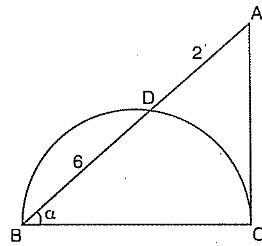
A) $\frac{1}{\sqrt{17}}$ B) 1 C) 2 D) $\sqrt{17}$ E) 4

12. ABCD dikdörtgen
$m(\widehat{AED}) = \alpha$
$\tan\alpha = \frac{1}{4}$.
$2|CD| = |AD|$
$m(\widehat{DFE}) = x$
olduğuna göre, tan x kaçtır?



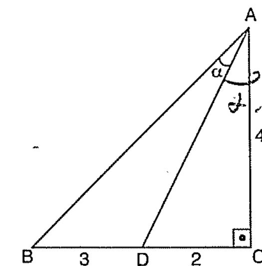
A) $\frac{7}{4}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) –4 E) $-\frac{9}{2}$

13. BC çaplı yarım çemberde,
[AC] teğet
$m(\widehat{ABC}) = \alpha$
$|AD| = 2$ br
$|BD| = 6$ br
olduğuna göre,
sin 2α nın değeri kaçtır?



A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

14. ABC üçgen
$[AC] \perp [BC]$
$m(\widehat{BAD}) = \alpha$
$|AC| = 4$ br
$|BD| = 3$ br
$|DC| = 2$ br
olduğuna göre,
tan α nın değeri kaçtır?



A) $\frac{6}{13}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{14}{13}$ E) 2

15. $26x = \pi$ olduğuna göre,

$\frac{\sin 15x - \sin 3x}{\cos 10x - \cos 2x}$ ifadesinin sonucu kaçtır?

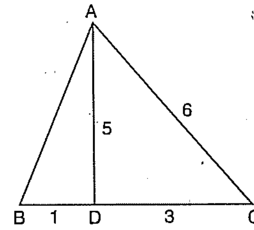
A) –2 B) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ C) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ D) –1 E) 1

16. $x + y = \frac{\pi}{4}$ olduğuna göre,

$\sin^2(3x + 4y) + \sin^2(3x + 2y)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

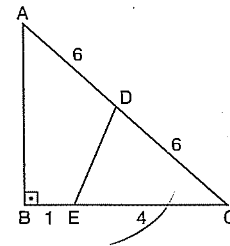
17. ABC üçgeninde,
B,D ve C noktaları doğrusaldır.
$|BD| = 1$ br
$|DC| = 3$ br
$|AD| = 5$ br
$|AC| = 6$ br
olduğuna göre,
|AB| kaç birimdir?



A) $\frac{2\sqrt{59}}{3}$ B) $\frac{3\sqrt{21}}{7}$ C) $\frac{\sqrt{77}}{14}$

D) $\sqrt{\frac{76}{3}}$ E) $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

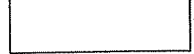
18. ABC dik üçgeninde,
$[AB] \perp [BC]$
$|BE| = 1$ br
$|EC| = 4$ br
$|AD| = |DC| = 6$ br
olduğuna göre,
|DE| kaç birimdir?



A) $4\sqrt{2}$ B) 4 C) $5\sqrt{2}$ D) 5 E) 6

19. $\frac{\sin(2a+b) - \sin(2a-b)}{\cos(2a+b) - \cos(2a-b)}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –cot 2a B) cot 2a C) –tan 2a
D) tan 2a E) cos b

 **DOĞRU**  **YANLIŞ**  **BOŞ**  **ÖĞRETMENİN KAŞESİ**

TEST 17 TRİGONOMETRİ (KARMA)

1. $\frac{\cos x \cdot \tan x}{\sin x \cdot \cot x}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) sin x.cos x B) cos x C) cot x
D) sin x E) tan x

2. $\frac{\tan^2 x}{1-\cos x} - \frac{\tan^2 x}{1+\cos x}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2cos x B) 2sin x C) 2tan x
D) 2cot x E) 2sec x

3. $\cos^2 x \cdot \cos^2 y - \sin^2 x \cdot \sin^2 y + \sin^2 x$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) cos x B) sin x C) $\cos^2 y$
D) $\sin^2 y$ E) 0

4. $\cot^2\theta + \tan^2\theta = 4$ olduğuna göre, $|\cot\theta - \tan\theta|$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

5. $\left(\frac{\sin 40° + \sin 20°}{\sin 40° - \sin 20°}\right) \cdot \frac{1}{\cot 10°}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\sqrt{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3}$

6. Aşağıdakilerden hangisi $6^{8\cos x + 4} = \cot\frac{9\pi}{4}$ eşitliğini sağlayan x değerlerinden biridir?

A) $\frac{4\pi}{5}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) $\frac{5\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{4}$

7. $\frac{\cos x - \sec x}{\sin x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x - \operatorname{cosec} x}$ ifadesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin^2 x$ B) $\cos^2 x$ C) tan x
D) $\cot^2 x$ E) $\tan^2 x$

8. $5\sin(-x) = 4\cos x$ olduğuna göre, sin 2x değeri kaçtır?

A) $-\frac{24}{25}$ B) $-\frac{20}{41}$ C) $-\frac{40}{41}$ D) $\frac{24}{25}$ E) $\frac{40}{41}$

9. $\sin 2x \cdot \tan x + \frac{\sin 2x \cdot \cos x}{1 + \sin x}$ ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2cot x B) 2sec x C) cos x
D) 2tan x E) 2sin x

10. $2\cos 52° + 1 = m$ olduğuna göre,
$\cos 42° \cdot \cos 10° - \sin 42° \cdot \sin 10°$ ifadesinin m cinsinden değeri nedir?

A) m – 1 B) $\frac{m-1}{2}$ C) $\frac{m^2-1}{2}$
D) $2m^2 - 1$ E) $1 - 2m^2$

11. $\dfrac{1+\sin\alpha-\cos\alpha}{1+\sin\alpha+\cos\alpha}$ ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\cot\frac{\alpha}{2}$ B) $\tan\frac{\alpha}{2}$ C) $\sin\frac{\alpha}{2}$

D) $\operatorname{cosec}\frac{\alpha}{2}$ E) $\sin\alpha.\cos\alpha$

12. $a-b=\frac{\pi}{6}$ oldğuna göre, $\dfrac{\sin(a+b)}{\cos^2 b-\cos^2 a}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

13. ABC üçgeninde x ve y dar açıdır. $m(\widehat{A})=x$, $m(\widehat{B})=y$, $m(\widehat{C})=z$

$\sin x=\cos y$ olduğuna göre, $\tan(x+z)$ neye eşittir?

A) 1 B) tan x C) −tan x

D) −cot x E) cot x

14. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ ve $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$ olduğuna göre, $\dfrac{\sin\theta+\cos\theta}{\operatorname{cosec}\theta}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

D) $\frac{1-\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{3-\sqrt{3}}{4}$

15. cos 105° ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{4}(1+\sqrt{3})$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}(1-\sqrt{3})$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}(1+\sqrt{3})$

D) $\frac{\sqrt{3}}{4}(1-\sqrt{3})$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4}(1-\sqrt{2})$

16. $\dfrac{\sin 3x}{\sin x}+\dfrac{\cos 3x}{\cos x}=3$ olduğuna göre, cotx in değeri kaçtır?

A) $7\sqrt{7}$ B) $\sqrt{7}$ C) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ D) $2\sqrt{7}$ E) $\frac{2\sqrt{7}}{7}$

17. $16x=\pi$ olduğuna göre, $\dfrac{\cos 10x+\sin 5x}{\cos 22x+\sin 11x}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) −1 B) 0 C) 1 D) tan 5x E) tan 10x

18. $\dfrac{\sin^2\frac{3\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}}{\sin\frac{\pi}{12}\cdot\sin\frac{5\pi}{12}}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

19. $\sin 6°=\frac{a}{2}$ olduğuna göre, $\cos^2 18°-\cos^2 12°$ işleminin sonucu nedir?

A) −a B) $-\frac{a}{4}$ C) $\frac{a}{4}$ D) a E) 2a

20. ABC üçgeninde

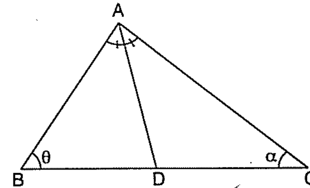
[AD], BAC açısının açıortayı,

$m(\widehat{ABC})=\theta$

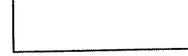
$m(\widehat{ACB})=\alpha$

$5|DC|=3|BD|$ olduğuna göre,

$\dfrac{\sin\theta}{\sin\alpha}$ oranı kaçtır?



A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 1

 DOĞRU  YANLIŞ  BOŞ  ÖĞRETMENİN KAŞESİ

ÇKS KİTAPÇIĞINIZIN
BUNDAN SONRAKİ KISMI
ÖDEV TESTLERİNE
AYRILMIŞTIR.

KİTAPÇIĞIN
DİĞER KISMINA GEÇİNİZ.